ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MARS 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret en date du 21 février 1920 qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Ciamician** pour occuper la place d'Associé étranger vacante par le décès de *Lord Rayleigh*.

Il est donné lecture de ce Décret.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur le nombre des classes de formes quadratiques positives d'Hermite, de discriminant donné, dans un corps quadratique imaginaire.* Note (¹) de M. G. **Humbert**.

La présente Note se rapporte à une autre, publiée en 1919, au Tome 168, p. 1240, des *Comptes rendus;* j'y traiterai la question indiquée dans le titre, d'abord dans un cas particulier, puis dans un cas plus général.

1. Le cas particulier est celui de l'anneau $i\sqrt{3}$.

Partons de la formule qui donne (²), dans cet anneau, la mesure, $\mathfrak{M}(\Delta)$, des classes d'Hermite positives, primitives ou non, mais propres, de discriminant Δ, *impair et premier à* 3 :

$$(1)\qquad \mathfrak{M}(\Delta)=\frac{3}{8}\left(\frac{-3}{\Delta}\right)\left[1+\left(\frac{-\Delta}{3}\right)\frac{1}{3}\right]\sum d\left(\frac{-3}{d}\right),$$

la somme s'étendant à tous les diviseurs (positifs), d, de Δ.

(¹) Séance du 9 février 1920.

(²) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 354.

On reconnaît aisément que le domaine fondamental du *groupe modulaire de l'anneau* est défini, dans le demi-espace ξ, η, τ de Poincaré, par

$$\tau \geqq 0; \qquad \xi^2 + \eta^2 + \tau^2 \geqq 1; \qquad -\frac{1}{2} \leqq \xi \leqq \frac{1}{2}; \qquad -\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq \eta \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ce *pentaèdre*, $\mathfrak{D}$, outre un sommet à l'infini, en a quatre dans le plan $\tau = 0$.

On dira qu'une forme d'Hermite de l'anneau $i\sqrt{3}$ est *réduite* si son point représentatif appartient à $\mathfrak{D}$.

Les réduites qui admettent d'autres automorphies que les deux évidentes $x' = \varepsilon x$, $y' = \varepsilon y$, ($\varepsilon = \pm 1$) ne peuvent être que celles dont le point représentatif est sur une arête *circulaire* de $\mathfrak{D}$, ou sur l'arc γ, section de la face sphérique $\xi^2 + \eta^2 + \tau^2 = 1$ par le plan $\xi = 0$. On voit de suite que pour une réduite (a, b, b_0, c), *propre* (a et c non pairs à la fois), le représentatif ne peut être sur une des arêtes circulaires; reste donc le cas où il serait sur γ. En posant $b = b_1 + i\sqrt{3}b_2$, on aurait alors $a = c$, $b_1 = 0$, $2|b_2| < a$; de plus, a est impair (forme *propre*).

Le nombre des réduites de discriminant Δ, ayant leur représentatif sur γ, est donc celui des solutions entières, a, b_2, de

$$(2) \qquad \Delta = a^2 - 3b_2^2, \text{ avec } a > 0 \text{ et impair}; \qquad 2|b_2| < a.$$

Pour ces réduites, il y a *quatre* automorphies ($k = 4$), à savoir $x' = \varepsilon x$, $y' = \varepsilon y$ et $x' = \varepsilon y$, $y' = -\varepsilon x$, ($\varepsilon = \pm 1$). Or il est facile d'obtenir le nombre des solutions de (2).

Dirichlet, en effet, dans son Analyse classique, a rencontré les solutions de

$$(3) \qquad \Delta = a^2 - 3b_2^2, \qquad \text{avec} \qquad a > 0, \qquad b_2 \geqq 0, \qquad 2b_2 < a.$$

En s'appuyant sur l'identité

$$a^2 - 3b_2^2 = (2a - 3b_2)^2 - 3(a - 2b_2)^2,$$

on voit que les solutions (3) où a est pair sont en même nombre que celles où a est impair; on en conclut facilement (même dans le cas où Δ est carré) que le nombre des solutions (2) est égal à celui des solutions (3), c'est-à-dire, d'après Dirichlet, à la somme $\sum \left(\frac{3}{d}\right)$, étendue aux diviseurs d, de Δ.

Dans tout cela on suppose Δ premier à 6.

2. *Expression de* $\mathcal{H}(\Delta)$. — De ce résultat et de l'expression (1) de $\mathfrak{M}(\Delta)$ $\left(\text{c'est-à-dire de } \sum \frac{1}{k}\right)$, on déduit immédiatement celle de $\mathcal{H}(\Delta)$, nombre

des classes d'Hermite (anneau $i\sqrt{3}$), primitives ou non, mais propres, de discriminant Δ, premier à 6,

$$(4)\qquad \mathcal{H}(\Delta) = \frac{3}{4}\left(\frac{-3}{\Delta}\right)\left[1 + \left(\frac{-\Delta}{3}\right)\frac{1}{3}\right]\sum d\left(\frac{-3}{d}\right) + \frac{1}{2}\sum\left(\frac{3}{d}\right),$$

les Σ portant sur les diviseurs d, de Δ.

3. *Corollaire.* — En répétant mot pour mot les raisonnements faits au nº 4 de la Note de 1919 précitée, on déduit de là la formule suivante :

Soit $\Phi_h(\mathrm{N})$ le nombre des *réduites binaires et positives* (a, b_1, c) *de Gauss*, de discriminant N, primitives ou non, mais propres, pour lesquelles le *minimum* μ (c'est-à-dire le coefficient a) est $\geqq 2h$, en désignant par h un entier $\geqq 0$: si $\mu = 2h$, la réduite compte, dans $\Phi_h(\mathrm{N})$, non pour *une*, mais pour *une demi*-unité ; on aura

$$(5)\qquad \Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 3.1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + 3h^2) + \ldots = \mathcal{H}(\Delta),$$

Δ étant un entier positif quelconque, premier à 6, et $\mathcal{H}(\Delta)$ étant donné par (4).

Au premier membre de (5), h est limité naturellement, c'est-à-dire qu'à partir d'une certaine valeur de h, tous les $\Phi_h(\Delta + 3h^2)$ sont nuls. Le résultat précis est ici moins simple que pour les corps $i\sqrt{2}$ et i (Note précitée), parce que $\mathcal{D}$ a des sommets dans le plan $\tau = 0$. En discutant les relations

$$\Delta + 3h^2 = ac - b_1^2;\qquad c \geqq a;\qquad 2h \leqq a;\qquad 2|b_1| \leqq a,$$

on arrive, Δ étant impair, à l'inégalité $h \leqq \frac{1}{4}(\Delta + 1)$, c'est-à-dire que si $4h$ dépasse $\Delta + 1$, les $\Phi_h(\Delta + 3h^2)$ sont tous nuls.

4. *Extension.* — Dans certains cas, on peut affirmer *a priori* que le nombre k des automorphies est *deux*, pour toutes les classes de discriminant Δ, dans le corps (ou l'anneau $i\sqrt{\mathrm{P}}$). Il est clair, en effet, que si, pour une forme, on a $k > 2$, le représentatif est sur l'*axe* d'une substitution *elliptique* du groupe *modulaire* $i\sqrt{\mathrm{P}}$. Or, d'après M. Bianchi [1], ces substitutions elliptiques $|z, (\alpha z + \beta) : (\gamma z + \delta)|$, où $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, sont de deux espèces, répondant à $\alpha + \delta = 0$ ou à $\alpha + \delta = \pm 1$.

---

(1) *Math. Annalen*, t. 40, 1892, p. 353.

Première espèce. — $\alpha + \delta = 0$ et $\alpha^2 + \beta\gamma = -1$. Les points doubles z_1 et z_2 sont, dans le plan $\tau = 0$, les points $\frac{\alpha \pm i}{\gamma}$.

Les formes d'Hermite dont le représentatif est sur la demi-circonférence de diamètre $z_1 z_2$, orthogonale à $\tau = 0$ (*axe* de la substitution), sont les formes φ :

$$\varphi = \lambda \mathfrak{N}[\gamma x - (\alpha + i) y] + \mu \mathfrak{N}[\gamma x - (\alpha - i) y],$$

le symbole $\mathfrak{N}$ désignant une *norme*, et λ, μ des constantes arbitraires.

Pour que φ soit une forme du *corps* ou de l'*anneau* $i\sqrt{P}$ [selon que $P \equiv 1$, 2 ou 3 (mod 4)], il faut et il suffit que $\lambda + \mu = q$, $\lambda - \mu = r\sqrt{P}$, q et r étant des entiers ordinaires, ou des fractions, telles alors que les coefficients de φ soient entiers du corps ou de l'anneau. On a ainsi

$$\varphi = \gamma\gamma_0 q x x_0 - \gamma_0[\alpha q + ri\sqrt{P}] x_0 y - \gamma[\alpha_0 q - ri\sqrt{P}] x y_0 + [q(\alpha\alpha_0 + 1) - i(\alpha - \alpha_0) r\sqrt{P}] y y_0,$$

α_0 étant le conjugué de α, etc.

A cause de l'homogénéité en q et r, on a le droit de supposer q et r entiers (ordinaires) et premiers entre eux, sauf à multiplier φ par un entier ordinaire h. Exprimons alors que le discriminant de la forme φ : h est Δ, c'est-à-dire que celui de φ est Δh^2, on a

$$(6) \qquad \Delta h^2 = \gamma\gamma_0(q^2 - Pr^2).$$

Je dis que, par (6), Δ *est résidu quadratique de tout facteur premier impair* ϖ, de P, premier à Δ.

La proposition est évidente *si* ϖ *ne divise pas* h, car, en posant

$$\gamma = \gamma_1 + i\sqrt{P}\gamma_2,$$

on a

$$\gamma\gamma_0 \equiv \gamma_1^2 \bmod \varpi.$$

Si ϖ *divise* h, il résulte de (6) que ϖ divise $\gamma_1 q$; alors, en prenant (6) suivant le module ϖ^2, on voit que ϖ ne peut diviser q sans diviser γ_1 ; de là deux cas :

1° ϖ *divise* γ_1 *et non* q. — En mettant en évidence les plus hautes puissances de ϖ dans h, γ_1, γ_2, P ($h = \varpi^a h'$, ...) et divisant les deux membres de (6) par ϖ^{2a}, on obtient une équation qui donne de suite $\left(\frac{\Delta}{\varpi}\right) = +1$;

2° ϖ *divise* γ_1 *et* q. — On obtient de même une équation qui donne $\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right) = 1$.

Mais de $\alpha^2 + \beta\gamma = -1$, on déduit facilement $\left(\frac{-1}{\varpi}\right) = +1$, et, par suite, enfin, $\left(\frac{\Delta}{\varpi}\right) = +1$. C. Q. F. D.

Deuxième espèce. — $\alpha + \delta = \varepsilon$, $(\varepsilon = \pm 1)$; $\alpha(\varepsilon - \alpha) - \beta\gamma = 1$. Les points doubles z_1 et z_2 sont, dans $\tau = 0$, les points $\frac{2\alpha - \varepsilon \pm i\sqrt{3}}{2\gamma}$, et, pour les formes d'Hermite dont le représentatif est sur l'*axe* de la substitution, on a

$$\varphi = 2\gamma\gamma_0 q x x_0 - \gamma_0[q(2\alpha - \varepsilon) + ri\sqrt{P}]x_0 y - \ldots$$
$$+ \{q[2\alpha\alpha_0 - \varepsilon(\alpha + \alpha_0) + 2] - i\sqrt{P}(\alpha - \alpha_0)r\}yy_0,$$

le terme en xy_0 étant le conjugué de celui en $x_0 y$.

Ici encore, q et r peuvent être regardés comme des entiers ordinaires, premiers entre eux.

Je dis que φ est de l'ordre impropre : les coefficients extrêmes étant évidemment pairs, il suffira de montrer que les coefficients moyens *ne sont pas* divisibles par 2. S'ils l'étaient, on en conclurait facilement que $\gamma_1^2 + P\gamma_2^2$ est pair, d'où $\gamma_1 \equiv P\gamma_2 \pmod 2$.

Mais de $\alpha(\varepsilon - \alpha) - \beta\gamma = 1$, on tire

$$P\alpha_2 - \beta_1\gamma_1 - P\beta_2\gamma_2 \equiv 1 \quad \text{et} \quad \alpha_2 - \beta_1\gamma_2 - \beta_2\gamma_1 \equiv 0 \pmod 2;$$

d'où, par suite,

$$P\alpha_2 - P\gamma_2(\beta_1 + \beta_2) \equiv 1 \quad \text{et} \quad \alpha_2 - \gamma_2(\beta_1 + P\beta_2) \equiv 0 \pmod 2,$$

congruences impossibles ou contradictoires, que P soit pair ou impair.

5. *Conclusion.* — Dans le corps ou l'anneau $i\sqrt{P}$ [selon que $P \equiv 1$, 2 ou 3 (mod 4)], une forme d'Hermite positive, primitive ou non, mais propre, de discriminant Δ, n'admet que deux automorphies ($k = 2$), *quand* Δ *n'est pas résidu quadratique de tous les facteurs premiers impairs de* P.

Si donc $\mathcal{H}(\Delta)$ est le nombre des classes d'Hermite positives, primitives ou non, mais propres, du corps ou de l'anneau $i\sqrt{P}$, de discriminant Δ, on a $\mathcal{H}(\Delta) = 2\mathfrak{M}(\Delta)$ et, d'après une Note précédente [1], si Δ n'a avec P aucun facteur premier impair (> 1) commun,

$$\mathcal{H}(\Delta) = \frac{P}{4}\prod_{\varpi}\left[1 + \left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right]\cdot \sum d\left(\frac{-P}{d'}\right),$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 354.

le produit portant sur les diviseurs premiers impairs (> 1), ϖ, de P, et la somme sur les décompositions en facteurs $\Delta = dd'$, où d' est impair.

6. *Application.* — Soit $P = 5$. D'après M. Bianchi ([1]), une forme $(a,\ b_1 + ib_2\sqrt{5},\ b_1 - ib_2\sqrt{5},\ c)$ est *réduite* si $c \geqq a$; $2|b_1|, 2|b_2| \leqq a$; $a + c \geqq 5|b_2|$; $a + c \geqq |b_1| + 4|b_2|$.

En raisonnant comme dans la Note de 1919 précitée, on arrive à ce résultat.

Soit $\psi_h(N)$ le nombre de réduites positives binaires (a, b_1, c) de Gauss, de discriminant N, primitives ou non, mais propres, pour lesquelles on a à la fois

$$a \geqq 2h, \quad a + c \geqq 5h, \quad a + c - |b_1| \geqq 4h, \tag{7}$$

h étant entier $\geqq 0$; si, dans les inégalités (7), il y a *un* signe $=$, la réduite (a, b_1, c) compte pour $\frac{1}{2}$ dans $\psi_h(N)$; si deux signes $=$, pour $\frac{1}{4}$; il ne peut y avoir trois signes $=$. On a alors, *Δ étant positif quelconque, premier à 5 et non résidu de 5*,

$$\psi_0(\Delta) + 2\psi_1(\Delta + 5.1^2) + \ldots + 2\psi_h(\Delta + 5h^2) + \ldots = \mathcal{H}(\Delta) = \Sigma d\left(\frac{-5}{d'}\right),$$

la somme Σ portant sur les décompositions $\Delta = dd'$, où d' est impair.

On aura une formule analogue *pour toute valeur de* P, dès qu'on connaîtra la définition correspondante des réduites.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un nouveau glucoside hydrolysable par l'émulsine : la scabiosine.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel.**

Ce glucoside a été retiré de la racine de Scabieuse Succise, *Scabiosa Succisa* L. (Dipsacées). La Scabieuse Succise, connue vulgairement sous les noms de *Mors-du-diable*, *Herbe-de-Saint-Joseph*, est une plante commune dans nos climats; elle croît surtout dans les prairies un peu humides à sol argilo-calcaire. Elle fleurit dans les mois d'août et de septembre et se fait remarquer alors par ses capitules hémisphériques à fleurs bleu-violacées.

La Scabieuse Succise a joui autrefois, comme la Scabieuse des champs (*Knautia arvensis* Coult.), d'une grande réputation en médecine, surtout en médecine populaire. On l'a employée à l'intérieur sous forme d'extrait dans les maladies du poumon et à l'extérieur sous forme de bains contre

---

([1]) *Math. Annalen*, t. 40, 1892, p. 398.

diverses maladies de la peau, en particulier contre la gale, ce qui lui a valu son nom (*Scabies* = gale).

Cette circonstance et le fait que les analyses chimiques n'avaient rien révélé jusqu'ici sur sa composition nous ont engagés à soumettre sa racine, qni est fortement amère, à l'essai biochimique par l'émulsine.

Rappelons brièvement le principe de cet essai :

On sait que les glucosides hydrolysables par l'émulsine sont lévogyres et ne réduisent pas ou réduisent à peine la liqueur cupro-potassique. Si donc, ayant ajouté de l'émulsine à l'extrait aqueux liquide d'une plante, on constate que, sous l'influence du ferment, il se produit un déplacement de la rotation du mélange vers la droite en même temps que le pouvoir réducteur de ce mélange augmente, on peut en conclure que la plante renferme un glucoside qui s'est trouvé hydrolysé avec formation de glucose réducteur et dextrogyre.

On a donc pesé 200^g de racines fraîches de scabieuse que l'on a découpées en les projetant au fur et à mesure dans de l'alcool à 85° préalablement porté à l'ébullition, ce qui amène la destruction immédiate des ferments qu'elles contiennent. On a continué l'ébullition pendant une demi-heure; on a séparé la solution alcoolique, exprimé le marc et repris celui-ci par de nouvel alcool bouillant. On a réuni les solutions; on les a distillées à fond sous pression réduite, puis on a repris le résidu par de l'eau thymolée en quantité suffisante pour faire 200$^{cm^3}$ de liqueur.

On a pris la rotation de celle-ci et déterminé son pouvoir réducteur; on l'a traitée ensuite successivement par de l'invertine et de l'émulsine conformément aux règles de la méthode. On a obtenu les résultats suivants :

1° *Examen de la liqueur thymolée primitive.*

Rotation initiale ($l = 2$)	$-1°17'$
Sucre réducteur initial pour 100$^{cm^3}$	0^g,463

2° *Traitement par l'invertine.*

Rotation après action de l'invertine ($l = 2$)	$-3°36'$
Déplacement à gauche de la rotation	$2°19'$
Sucre réducteur pour 100$^{cm^3}$ après action de l'invertine	2^g,460
Sucre réducteur formé sous l'action de l'invertine	1^g,997

L'action de l'invertine montre que la racine de scabieuse renferme du sucre de canne libre ou combiné. Dans le premier cas, et en admettant que la totalité du sucre réducteur formé soit du sucre interverti, la proportion de sucre de canne serait de 1^g,997 × 0,95 ou 1^g,897 pour 100^g de racine.

3° *Traitement par l'émulsine.*

Rotation après action de l'émulsine ($l = 2$)	—17′
Déplacement à droite de la rotation	3°19′
Sucre réducteur pour 100$^{cm^3}$ après action de l'émulsine	3^g,192
Sucre réducteur formé sous l'action de l'émulsine	0^g,732

L'action de l'émulsine montre que la racine fraîche de scabieuse renferme un glucoside hydrolysable par ce ferment, et cela dans une proportion assez élevée, car ce glucoside donne, pour 100^g de racine, 0^g,732 de glucose.

La présence d'un glucoside dédoublable par l'émulsine étant établie, on a cherché à l'isoler en opérant sur 1060^g de racines fraîches, qui ont été traitées par l'alcool bouillant, en opérant comme dans l'essai préliminaire.

La solution alcoolique obtenue a été distillée, puis concentrée sous pression réduite jusqu'à 180^g. A ce liquide on a ajouté 800$^{cm^3}$ d'alcool à 95°, ce qui a déterminé la formation d'un abondant précipité floconneux, qui a été éliminé par filtration. La liqueur séparée a été distillée pour en retirer l'alcool, puis évaporée à sec sous pression réduite, ce qui a fourni un extrait pesant 74^g.

On a traité cet extrait à trois reprises différentes par 500$^{cm^3}$ d'acétone bouillant. L'examen polarimétrique des trois solutions acétoniques, effectué après 24 heures de repos, a donné les résultats suivants pour $l = 2$:

	Rotation.
Premier traitement	— 2°56′
Deuxième traitement	— 48
Troisième traitement	— 24

L'extrait paraissant ainsi à peu près épuisé, quant au principe lévogyre qu'il contenait, on l'a mis de côté et l'on a abandonné les trois solutions acétoniques à la température du laboratoire pendant quelques jours.

Les solutions 1 et 2 n'ont pas tardé à laisser déposer des cristaux incolores qu'on a recueillis. Ils pesaient, après dessiccation à l'air, 0^g,40; ils brûlaient sans résidu et possédaient un pouvoir rotatoire $\alpha_D = +65°,46$

$$p = 0,3055; \quad v = 15; \quad l = 2; \quad \alpha = +2°40'.$$

La solution aqueuse de ces cristaux, qui ne réduisait pas la liqueur cupro-potassique, a été additionnée d'invertine. En 3 jours, la rotation a passé de + 2°40′ à — 50′ : soit un déplacement à gauche de 210′, et il s'est fait, pour 100$^{cm^3}$, 2^g,1124 de sucre réducteur, ce qui correspond à un indice de 603 (indice théorique du sucre de canne).

Quant à l'extrait en grande partie épuisé par l'acétone, et qu'on avait mis de côté, il s'est pris au bout de quelque temps en une masse de cristaux. On l'a additionné d'une petite quantité d'alcool méthylique qui a dissous la matière imprégnant les cristaux, de sorte que ceux-ci ont été facilement séparés et essorés. On les a lavés à l'alcool méthylique et on les a fait sécher à l'air. Il y en avait 13^g environ. On les a purifiés par dissolution dans de l'alcool à 90° bouillant. Comme les précédents, ils présentaient le pouvoir rotatoire du saccharose ($\alpha_D = +66°,3$); ils étaient hydrolysés par l'invertine et la réduction du liquide d'hydrolyse conduisait à l'indice théorique du saccharose.

Les trois liquides acétoniques ont été rassemblés et distillés à sec. Le résidu pesait 19^g. On a repris ce résidu par de l'eau, de façon à faire 250^{cm^3}. On a obtenu un liquide légèrement trouble que l'on a filtré et examiné au polarimètre; il accusait au tube de 2^{dm} une rotation de $-7°36'$, ce qui correspond pour les 19^g à un pouvoir rotatoire de $-50°$ environ.

Dans le but d'éliminer les matières étrangères accompagnant le glucoside dans les 250^{cm^3} de solution aqueuse, c'est-à-dire de produire une sorte d'enrichissement analogue à celui que l'on effectue pour certains minerais dans la métallurgie, on a procédé aux opérations suivantes qui ont été suivies au polarimètre :

1° A la solution, on a ajouté 32^{cm^3} d'extrait de Saturne (un léger excès); on a filtré, éliminé le plomb en excès par un courant d'hydrogène sulfuré, filtré de nouveau et distillé à sec à $+40°$, sous pression réduite, le liquide ainsi déféqué. Le résidu pesait 9^g et son pouvoir rotatoire était de $-75°,8$.

2° On a traité ce résidu à l'ébullition par un mélange d'acétone 20^{cm^3} et d'alcool absolu 20^{cm^3}. A la solution, on a ajouté de l'acétone jusqu'à formation d'un louche persistant (17^{cm^3}), puis, aucune cristallisation ne s'étant produite, 40^{cm^3} de nouvel acétone et enfin 100^{cm^3} de chloroforme.

Laissant de côté le précipité provenant de ces additions successives, on a évaporé à sec la solution dans alcool-acétone-chloroforme, ce qui a fourni un résidu pesant environ $1^g,85$ et dont le pouvoir rotatoire en solution aqueuse était $-96°,6$.

3° On a dissous ce produit dans l'eau froide, filtré pour éliminer quelques particules résineuses non dissoutes et évaporé la solution à sec sous pression réduite.

On a traité le nouveau résidu à trois reprises différentes, à l'ébullition, par 50^{cm^3} d'éther acétique anhydre et l'on a conservé les trois solutions à la

température du laboratoire pendant une dizaine de jours. Aucune cristallisation ne s'étant produite, on les a réunies et distillées, ce qui a fourni un produit blanc, transparent, que nous considérons comme étant le glucoside presque pur.

Ce glucoside, que nous appelons *scabiosine*, présentait comme pouvoir rotatoire : $\alpha_D = -106^\circ,52$

$$p = 0^g,2472;\quad v = 10^{cm^3};\quad l = 2;\quad \alpha = -5^\circ 16' \text{ ou } -5^\circ,266.$$

Sa solution aqueuse réduisait à peine la liqueur cupro-potassique, réduction qu'il faut rapporter sans doute à quelques traces d'impuretés.

Traité par l'émulsine ou par l'acide sulfurique dilué à 3 pour 100 et chaud, ce glucoside est hydrolysé comme l'établissent les expériences suivantes :

Hydrolyse par l'émulsine. — A 10^{cm^3} d'une solution aqueuse renfermant $1^g,7053$ de scabiosine pour 100^{cm^3} et accusant, pour $l = 2$, une rotation de $-3^\circ 38'$, on a ajouté $0^g,10$ d'émulsine, puis on a maintenu le mélange dans une étuve réglée à $+33^\circ$ pendant trois jours. Le liquide a jauni et il s'est déposé un précipité jaune paille assez abondant qui, au microscope, se présentait sous la forme de petits globules sphériques rassemblés en amas.

On a déféqué par addition de 2^{cm^3} d'extrait de Saturne au demi puis de 1^{cm^3} de solution aqueuse saturée de sulfate de soude. On a filtré, après quoi, on a pris la rotation du liquide et dosé comme glucose le sucre réducteur qu'il contenait. Les résultats rapportés au volume du liquide primitif sont les suivants :

Rotation ($l = 2$).................	$+27'$ (= un déplacement de $4^\circ 5'$)
Sucre réducteur pour 100^{cm^3}......	$0^g,7762$

ce qui donne comme indice de réduction enzymolytique : $\dfrac{0,7762 \times 60}{245} = 190.$

Hydrolyse par l'acide sulfurique dilué. — A 5^{cm^3} d'une solution de scabiosine à $2^g,472$ pour 100^{cm^3}, on a ajouté 5^{cm^3} d'acide sulfurique à 6 pour 100 et l'on a chauffé le mélange en tube scellé, dans un autoclave, à $+105^\circ$ pendant 2 heures. Comme dans l'essai précédent, le liquide a jauni en même temps qu'il s'est fait un précipité ; mais ce précipité était plus foncé, ce qui doit tenir à l'action de l'acide à chaud.

La rotation avait passé de $-2^\circ 38'$ à $+26'$, ce qui représente un déplacement de $3^\circ 4'$. En même temps, il s'était fait $0^g,5919$ de sucre réducteur pour 100^{cm^3}, ce qui correspond à un indice de 193.

En résumé, la Scabieuse Succise renferme, outre du saccharose qui a été séparé à l'état cristallisé, un glucoside, la scabiosine hydrolysable par l'émulsine avec formation de glucose et d'un produit jaunâtre insoluble dans l'eau.

MÉCANIQUE. — *Sur l'altitude de vol qui correspond au minimum de consommation kilométrique, et sur le calcul de la meilleure hélice pour un avion donné.* Note de M. **A. Rateau**.

La théorie des avions résumée dans mes Communications de juin-juillet 1919 et du 9 février 1920 et les formules générales indiquées permettent de résoudre, avec toute la précision possible dans ce sujet complexe, les divers problèmes qui se posent. J'en ai donné plusieurs exemples; en voici deux autres relatifs à des questions importantes.

1° Un avion-moteur-hélice étant déterminé, à quelle altitude faut-il voler pour que la consommation d'essence et d'huile soit minimum? On pense communément que c'est au plafond. Je vais montrer que, à cause des résistances passives du moteur, le minimum se produit à quelque 150^m au-dessous, et que la variation est inférieure à 1 pour 100 dans une marge d'altitude d'environ 400^m.

2° Un avion et son moteur étant spécifiés, quelle hélice, *de pas invariable*, satisfait le mieux aux vols horizontaux ou aux montées? Les solutions sont différentes suivant que l'hélice est fixée sur l'arbre du moteur ou entraînée par un engrenage réducteur de vitesse.

Consommation minimum. — Appelons K la dépense d'essence et d'huile, en kilogrammes par kilomètre de vol. D'après les relations (10) et (16) de ma Note du 9 février (t. 170, p. 364),

$$K = \frac{270}{M} E_0 P \frac{X}{\rho Y} \frac{\varpi(\varpi_0 - \upsilon)}{\varpi_0(\varpi - \upsilon)}. \tag{1}$$

D'autre part, équation (14) de ladite Note,

$$\varpi - \upsilon = \Phi \frac{H}{2\pi A'} P, \qquad \text{où} \qquad \Phi = \psi \frac{X}{Y} = \frac{1-\sigma}{\rho} \frac{X}{Y}. \tag{2}$$

Éliminons ϖ entre (1) et (2); la relation suivante résout le problème :

$$K = \frac{270}{M} E_0 P \frac{\left(1 - \frac{\upsilon}{\varpi_0}\right)\Phi + \frac{\upsilon}{\varpi_0}\Phi_0}{1-\sigma}. \tag{3}$$

Considérons l'avion type, déjà pris pour exemple, pesant 1700^{kg}, et supposons $E_0 = 0,270$, $\varpi = 1,22$, $\frac{\upsilon}{\varpi_0} = 0,1$, chiffre rond un peu plus élevé que celui des très bons moteurs. On a σ et ψ, pour diverses incidences, dans le Tableau (t. 169, p. 158); les poids spécifiques ϖ de l'air se calculent par la formule (2) ci-dessus, et les altitudes Z par (27) (t. 168, p. 1249). Voici les résultats :

α	σ_0	σ	$\frac{0,9\Phi + 0,1\Phi_0}{1-\sigma}$	K	ϖ_0	Z
o				kg : km	kg : m³	m
0.......	0,200	0,2178	0,2723	0,4628	1,220	0
1.......	0,202	0,1699	0,2190	0,3723	0,979	2068
2.......	0,209	0,1438	0,1911	0,3250	0,847	3423
3.......	0,219	0,1291	0,1768	0,3006	0,773	4281
4.......	0,233	0,1211	0,1707	0,2901	0,733	4784
5.......	0,250	0,1173	0,1699	0,2888	0,713	5032
6.......	0,269	0,1163	0,1703	0,2941	0,708	5106

Le minimum de K, 0,2884, a lieu pour $\alpha = 4°,62$, auquel correspond $Z = 4962^m$, à 144^m au-dessous du plafond. Au plafond et à 540^m plus bas, la dépense est de 2 pour 100 plus forte. A 400^m au-dessous, 1 pour 100; à 800^m, 4 pour 100; à 1000^m, 5,6 pour 100. Telles sont les marges d'altitude dans lesquelles l'aviateur doit se mouvoir pour ne pas dépasser de plus de 1, 2, 4 ou 5,6 pour 100 le minimum possible. Des appareils ayant d'autres caractéristiques donneraient lieu à des conclusions analogues.

Adaptation de l'hélice. — La recherche de la meilleure hélice est un problème ardu; les équations ne permettent pas de le résoudre en termes finis, et les développements en série sont trop lentement convergents pour se prêter à des calculs rapides. Nous sommes donc obligés de passer par plus de calculs intermédiaires que dans le cas précédent.

Supposons qu'une première hélice, de diamètre D et de pas efficace H, imprime à l'avion la vitesse v au sol avec une incidence α (zéro, dans notre exemple), le recul étant σ_0, 0,20 ici, et le moteur tournant à sa *vitesse limite n qu'on se fixe*, et proposons-nous de changer cette hélice de telle façon que, v au sol restant le même, la hauteur de plafond soit maximum, ou bien que la vitesse ascensionnelle de montée soit aussi grande que possible. Les solutions ne sont pas les mêmes, mais elles diffèrent peu.

Pour ces calculs, il faut savoir les propriétés des hélices que je démontre dans un Ouvrage en préparation. Les suivantes nous suffiront. Étant données des hélices d'une même famille, c'est-à-dire *ayant des projections*

d'ailes (sur un plan perpendiculaire à l'axe) *homothétiques, et un coefficient de frottement* ε *identique,*

1° Le facteur b de l'expression (2) de la traction de l'hélice ($F = b\varpi n^2\sigma$) (t. 168, p. 1143) est proportionnel à HD^3; appelant p le rapport du pas efficace au diamètre, on a

$$b = \frac{k\pi^2}{4g}\mu\Sigma p D^4, \tag{4}$$

k, μ et Σ étant des coefficients qu'il est inutile de préciser ici.

2° Le coefficient a de l'expression (8) du couple résistant Γ et du rendement ρ de l'hélice (t. 168, p. 1144) est lié à p et à ε par

$$a = \varepsilon\left(\frac{p}{2,1} + \frac{2,1}{p}\right)^2. \tag{5}$$

Si, par exemple, $\varepsilon = 0,005$ avec $p = 1$, a prend la valeur $\frac{1}{30}$, à laquelle correspond un ρ maximum de 0,75, pour $\sigma = 0,20$.

Cela posé, deux cas sont à distinguer, suivant que le p de l'hélice primitive est fort, c'est-à-dire au moins égal à 1,5, ou faible. Le premier ne se présente pratiquement pas si l'hélice est conduite directement par le moteur, car alors la vitesse de celui-ci impose un p généralement compris entre 0,8 et 1, jamais supérieur à 1,30; il est le plus simple parce que, en modifiant H et D dans de larges limites, *le rendement reste sensiblement constant.*

Supposons constante l'avance par tour $\mathcal{A}_0$ de l'hélice au sol; c'est notre condition de départ. On a $H(1 - \sigma_0) = \mathcal{A}_0$.

A n'importe quelle incidence, en palier, le recul σ est lié au coefficient X de résistance à l'avancement de l'avion par

$$\frac{1}{\sigma} + \sigma - 2 = \frac{b}{H^2 X}. \tag{6}$$

Si on le compare au recul σ_0 au sol, on a la relation simple

$$\frac{1}{\sigma} + \sigma - 2 = \frac{X_0}{X}\left(\frac{1}{\sigma_0} + \sigma_0 - 2\right), \tag{7}$$

qui permet de calculer à toute altitude, en particulier au plafond, le recul σ, d'après le recul au sol et le rapport des X au sol et à cette altitude.

Voulons-nous élever l'altitude du vol à incidence donnée, il faut l'hélice qui rend minimum ψH; car, dans (2), qui détermine ϖ, rien d'autre ne dépend du propulseur; mais $\mathcal{A}_0$ est constant puisque ρ des diverses hélices ne varie pas; c'est donc simplement $\frac{\psi}{1-\sigma_0}$ qui est à rendre minimum.

Pour le plafond, l'incidence, dépendant de ψ, varie quand on change l'hélice, mais peu, et, comme $\psi \frac{X}{Y}$ est, dans ce cas, minimum, nous ne commettrons pas d'erreur sensible en supposant l'incidence constante.

En ce qui concerne les vols en montée à incidence déterminée, d'après la relation (40) (t. 168, p. 1297), il faut toujours chercher le minimum de ψH; mais alors, le recul est plus fort, parce que, dans (9), X doit être remplacé par $X + Y \operatorname{tang} \theta$, θ étant l'inclinaison de la trajectoire.

Faisons l'application à notre avion type. Pour le plafond, $\frac{X_0}{X_p}$ est égal à 0,625. Le Tableau ci-après donne, dans sa première partie, les valeurs de σ, ψ et $\frac{\psi}{1-\sigma_0}$ au plafond pour quelques valeurs échelonnées du recul σ_0 au sol. σ a été calculé par (7), et ψ ensuite par

$$(8) \qquad \psi = 1 - \frac{\sigma}{2} + \frac{a}{\sigma} \qquad \text{avec} \qquad a = \frac{1}{30}.$$

En montée près du sol, à incidence optimum, le rapport $\frac{X_0}{X + Y \operatorname{tang} \theta}$ est à peu près la moitié du précédent; admettons 0,3125; la deuxième partie du Tableau indique les valeurs correspondantes de σ, ψ, $\frac{\psi}{1-\sigma_0}$.

	Plafond.			Montée.		
σ_0	σ	ψ	$\frac{\psi}{1-\sigma_0}$	σ	ψ	$\frac{\psi}{1-\sigma_0}$
0,16..........	0,220	1,0409	1,2392	0,328	0,9378	1,1164
0,17..........	0,232	1,0271	1,2374	0,342	0,9265	1,1163
0,18..........	0,244	1,0141	1,2367	0,356	0,9159	1,1168
0,19..........	0,256	1,0018	1,2368	0,369	0,9058	1,1183
0,20..........	0,268	0,9904	1,2380	0,382	0,8963	1,1262

Nous voyons que $\frac{\psi}{1-\sigma_0}$, au plafond, est minimum pour σ_0 voisin de 0,184, et que, en montée, il l'est pour $\sigma_0 = 0,167$. Si l'on veut favoriser le plafond, il faut donc mettre une hélice ayant, au sol, un recul inférieur de 8 pour 100 à celui (0,20) du maximum de rendement, et, pour favoriser la montée, aller jusqu'à 16 pour 100.

On remarque aussi que les reculs au sol peuvent varier notablement sans qu'il en résulte de changements sensibles dans la marche soit au plafond, soit en montée. Pour satisfaire le mieux possible aux deux, il convient de choisir le recul moyen 0,175, auquel correspond une hélice ayant un pas

inférieur de 3 pour 100 à celui de l'hélice de rendement maximum et un diamètre *plus grand* de 4 pour 100.

Dans le deuxième cas, des p faibles, qui est l'ordinaire, le problème se complique du fait que le rendement du propulseur s'améliore à mesure qu'on accroît σ_0, c'est-à-dire le pas. Pour avoir ρ, ou seulement ψ par (8), il faut calculer a par (5), et, d'abord, connaître le p de chaque hélice. On détermine p par la condition qu'au sol l'hélice donne la même force F de traction au nombre de tours n; il s'ensuit que $b\sigma_0$ est constant, c'est-à-dire, aussi, d'après (4), $HD^3\sigma_0$. Mais, quand on passe d'une hélice à une autre, $H(1-\sigma_0)$, qui est l'avance $\mathcal{A}_0$ par tour, ne change pas. En combinant ces deux conditions, on voit que

$$(9) \qquad p \text{ est proportionnel à } \frac{1}{1-\sigma_0}\sqrt[3]{\frac{\sigma_0}{1-\sigma_0}}.$$

Appliquons à l'avion type, en partant de ce qu'une première hélice d'essai, ayant $p=1$, a donné $\sigma_0 = 0,20$. Nous trouvons, pour le plafond, les chiffres de la première partie du Tableau ci-après. Nous avons pris $\frac{X_0}{X_p} = 0,625$, comme précédemment; a a été calculé par (5); le rendement de l'hélice au sol par $\rho_0 = \frac{1-\sigma_0}{\psi_0}$, et au plafond par $\rho = \frac{1-\sigma}{\psi}$.

σ_0	σ	p	a	ψ	$\frac{\psi}{1-\sigma_0}$	ρ_0	ρ
			Plafond.				
0,20	0,268	1	0,03333	0,9904	1,2380	0,750	0,739
0,22	0,291	1,0677	0,03076	0,9603	1,2324	0,757	0,738
0,24	0,313	1,1379	0,02860	0,9346	1,2298	0,761	0,735
0,26	0,335	1,2110	0,02679	0,9121	1,2325	0,760	0,728
			Montée.				
0,20	0,382	1	0,03333	0,8962	1,1203	0,750	0,689
0,22	0,407	1,0677	0,03076	0,8721	1,1180	0,757	0,680
0,24	0,430	1,1379	0,02860	0,8514	1,1202	0,761	0,669

Le minimum de $\frac{\psi}{1-\sigma_0}$ correspond à $\sigma_0 = 0,24$. Donc, dans ce deuxième cas, à l'inverse de ce qui avait lieu dans le premier, il faut une hélice de *pas plus grand* et, par conséquent, de *diamètre plus faible* que l'hélice qui, au sol, travaillerait au rendement maximum. D'ailleurs, l'avant-dernière colonne montre que, même au sol, le rendement s'est amélioré, malgré que le recul dépasse celui du maximum de rendement; cela tient à ce que, le p

étant plus grand, ce maximum s'est élevé. Au plafond, par contre, il est légèrement inférieur à celui de la première hélice; mais le résultat est meilleur; l'hélice freine moins le moteur et, par suite, l'accroissement de la vitesse de rotation compense, et au delà, la perte sur ρ.

Puisque le rendement au sol s'améliore quand on passe de 0,20 à 0,24 de recul, on pourrait forcer légèrement la vitesse en augmentant un peu le pas; mais le plafond en serait affecté défavorablement, car la diminution de ψ dans ψH ne compenserait pas l'accroissement de H. Mieux vaudrait réduire le pas et, par là, la vitesse au sol; ce qui reviendrait à changer notre hypothèse de départ, plus précisément, à partir de v et n déterminés à une certaine altitude, 3000^{m} par exemple. La marche des calculs serait la même; il n'y aurait de modifié que $\frac{X_0}{X}$ dans (7).

En montée près du sol, à incidence voisine de l'optimum, supposant encore $\frac{X_0}{X + Y \tang \theta} = 0{,}3125$, on trouve les chiffres de la deuxième partie du Tableau précédent. Le minimum a lieu pour $\sigma_0 = 0{,}22$, inférieur, comme dans le premier cas, au recul le plus favorable pour le plafond.

On satisfera le mieux aux deux exigences en adoptant la moyenne 0,23, qui conduit, d'après (4), à un pas *supérieur* de 3,9 pour 100 à celui de l'hélice primitive, et à un diamètre *inférieur* de 5,8 pour 100.

Dans le cas intermédiaire, p voisin de 1,3, la meilleure hélice pour l'ensemble des paliers et des montées est précisément celle qui fonctionne à son rendement maximum en palier au sol.

Le recul le plus favorable s'élève à mesure que le pas de l'hélice diminue; avec $p = 0{,}8$, au lieu de 1, nous aurions eu 0,25, au lieu de 0,23; il croît aussi en même temps que la hauteur de plafond. Dans chaque cas particulier, les formules indiquées permettent de le trouver avec précision, d'emblée, à l'aide des caractéristiques de l'avion et du moteur, si on les connaît, ou en partant des résultats donnés par une première hélice.

Si l'on pouvait se placer dans le cas de p voisin de 1,5, le rendement serait excellent : plus de 80 pour 100. Mais ce n'est possible qu'avec des dimensions excessives. Pour le voir, supposons un avion mû par hélice à deux ailes en prise directe ayant $H = 2^{\text{m}},40$, $D = 3^{\text{m}}$, soit $p = 0{,}8$, avec 25 pour 100 de recul, ce qui est courant. Essayons de la remplacer par une hélice démultipliée, de même famille, ayant p voisin de 1,5. Même en la composant de quatre ailes, le rapport de démultiplication devrait atteindre 2,5. Admettons qu'elle travaille à $\sigma_0 = 0{,}18$ au sol; la formule (4) conduit à $H = 5^{\text{m}},488$; $D = 3^{\text{m}},714$. L'hélice et l'engrenage

seraient bien grands et lourds. A ce point de vue, la démultiplication ne semble donc pas recommandable, sauf pour les avions de faible vitesse.

PHYSIQUE. — *Sur les bases expérimentales de la Théorie de la Relativité.* Note (1) de M. **Auguste Righi.**

Dans une Note précédente (2), j'ai fait voir qu'en appliquant à la détermination de l'onde plane réfléchie par un miroir plan en mouvement uniforme rectiligne la construction de Huygens, et négligeant les puissances de l'aberration supérieures à la deuxième, on arrive à démontrer que, contrairement à la prévision formulée par Michelson, il y a à peu près 38 ans, et admise jusqu'à présent par tous les physiciens sans exception, l'expérience célèbre inventée par cet auteur, à laquelle la nouvelle théorie doit son origine première, *ne doit pas montrer*, comme en effet elle n'a jamais montré, aucun déplacement de franges.

Pour effectuer cette expérience on compare les phénomènes qui apparaissent en orientant l'appareil, une fois de manière que la lumière employée soit dirigée parallèlement à la translation terrestre, et l'autre fois perpendiculairement. Mais aussitôt après j'ai généralisé mon résultat en montrant qu'il est valable pour deux orientations orthogonales quelconques.

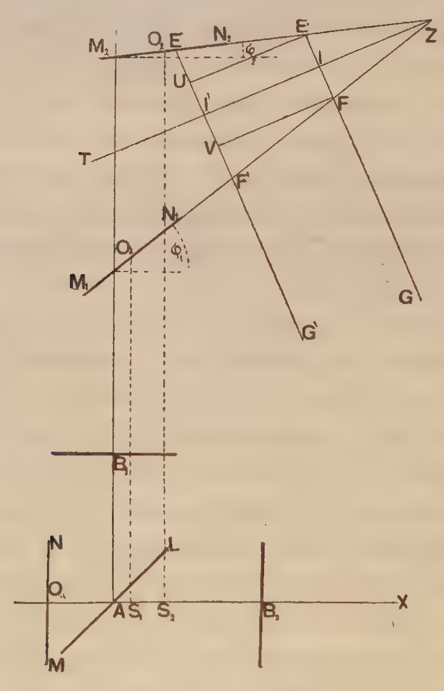
Évidemment, si l'on ne s'était pas trompé par la fausse prévision, on n'aurait pas eu à chercher les causes du prétendu désaccord, et personne n'aurait peut-être songé encore, ni à l'hypothèse de la contraction des corps dans le sens de leur mouvement dans l'éther, ni aux conceptions nouvelles sur la mesure de l'espace et du temps. Mais comme à côté de l'expérience de Michelson il y en a d'autres, optiques ou électromagnétiques, qui indiquent, elles aussi, l'existence d'un désaccord, il ne faut pas se hâter à des conclusions trop tranchées, bien que ces dernières expériences ne paraissent avoir une valeur aussi grande que celle attribuée jusqu'ici à celle de l'éminent physicien américain. En tout cas, et je tiens à le déclarer, même si un jour on arrivait à être sûr que la théorie de Einstein n'est pas rendue nécessaire par des faits bien démontrés, rien n'empêcherait peut-être de l'admettre comme un instrument de recherche

(1) Séance du 23 février 1920.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 837.

précieux, qui a déjà conduit, grâce au puissant génie de son auteur et de ceux qui l'ont suivi, à des résultats admirables, tels que l'existence de liens entre lumière et gravitation, que la théorie électrique de la constitution de la matière faisait seulement soupçonner.

Dans mes Mémoires précédents [1], j'ai étudié aussi, mais en passant, les changements qu'on prévoit devoir s'observer en changeant d'une manière quelconque l'orientation de l'appareil par rapport à la translation, sans fixer assez mon attention sur la grandeur de ces changements. Or, suivant MM. Morley et Miller [2], on ne voit aucun changement de cette espèce, et par conséquent j'ai conclu qu'un désaccord subsiste encore. Mais ayant repris pendant ces dernières semaines l'étude de ces questions, je me suis persuadé que les changements prévus et non constatés expérimentalement sont pratiquement impossibles à constater. Dans la figure



ci-jointe, AL représente la lame demi-argentée de l'appareil, B_1 et B_2 sont les deux miroirs, dont les distances de A sont égales et désignées par l. Le

---

(1) Pour plus de détails voir ces Mémoires, qui viennent d'être résumés dans *Radium*, décembre 1919.

(2) *Phil. Mag.*, mai 1905, p. 680.

faisceau de rayons parallèles entre dans l'appareil dans la direction OX, et MON est une onde que l'on considérera comme source de lumière pour commodité de démonstration. Soient $M_1O_1N_1$ l'image virtuelle de MON due aux deux réflexions sur AL puis sur B_1, et $M_2O_2N_2$ celle due aux deux réflexions, d'abord sur B_2 puis sur AL. Les images conjuguées M_1N_1, M_2N_2 sont en phases identiques, et les deux trains d'ondes, qui s'avancent dans la direction de leurs normales, donnent lieu au phénomène d'interférence, qu'on observe d'ordinaire avec une lunette.

Soient $AS_1 = X_1$, $S_1O_1 = Y_1$ les coordonnées de O_1, image de O, par rapport aux axes AX, AY; φ_1 l'angle de M_1N_1 avec OX. Soient X_2, Y_2, φ_2 les quantités analogues relatives à $M_2O_2N_2$. J'ai donné dans la Note précédente les expressions de ces quantités, simplifiées par la supposition que OA soit zéro, c'est-à-dire en admettant que l'onde incidente, qu'on prend comme source, soit celle qui passe par A. Parmi ces expressions, il me suffira de rappeler ici la formule

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \rho^2 \cos 2\delta,$$

qui fait connaître l'angle M_2ZM_1 que les deux images conjuguées forment entre elles, δ étant l'angle de la direction de la translation terrestre avec la direction du faisceau incident OX.

Des deux manières de raisonnement indiquées précédemment (celle qui suppose l'emploi d'une lunette, et celle dite de la *lame équivalente*), je vais employer la dernière, qui ici réussit plus simple.

L'effet des deux sources virtuelles M_1N_1 et M_2N_2 est analogue à celui des deux faces d'une lame mince, et l'on connaît dans quelles conditions (petit trou près de l'œil, ou bien franges à l'infini) l'interférence est aisément visible. Dans le cas des franges à l'infini, l'observateur a son champ limité par le contour du miroir B_1, et il juge d'ordinaire que les franges se trouvent dans le plan même du miroir.

Pour arriver rapidement et d'une manière assez satisfaisante, bien qu'approximative, à notre but, il suffit de prendre en considération les vibrations qui se superposent sur les diverses droites normales au plan bissecteur de l'angle dièdre compris entre les sources virtuelles de phase égale M_1N_1, M_2N_2. Soient ZT la trace dudit plan, EIFG une desdites directions, E'I'F'G' une autre, dont la distance II' à la première sera représentée par i. A l'aide des droites EU, FV, parallèles à ZT, la figure montre que

$$E'F' - EF\ 2E'U = 2i \operatorname{tang} \frac{1}{2} E'ZF',$$

ou encore, à cause de la petitesse de l'angle $i(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Supposons à présent que la différence de marche des vibrations qui suivent la droite EG diffère de celle relative à la droite E′G′, précisément d'une longueur d'onde λ. On aura

$$i = \lambda : (\varphi_1 - \varphi_2) = \lambda : \rho^2 \cos 2\delta,$$

et i sera à présent l'intervalle qui sépare deux franges successives. Il est bon d'observer ici que, dans les limites d'approximations adoptées, les conséquences auxquelles on parvient ne changent pas substantiellement si, au lieu de supposer d'observer les franges perpendiculairement à ZT, on prenait une autre direction très peu différente, par exemple AY.

L'intervalle des franges i est minimum pour $\delta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \ldots,$ et alors il est égal à $\lambda : \rho^2$. Si l'on prend pour exemple $\lambda = 10^{-5}$ et pour ρ la valeur approchée 10^{-4}, on trouve $i = 50^{\text{m}}$ environ. En variant δ, l'intervalle i croît encore et devient infini pour $\delta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \ldots$.

On comprend ainsi que l'observateur ne puisse voir des franges, même si l'appareil est dans un des azimuts principaux $\left(\delta = \frac{\pi}{2}, \pi, \ldots\right)$; car le champ de vision lui présentera un éclairement sensiblement uniforme. Si d'ordinaire on voit dans l'appareil de Michelson des franges assez rapprochées et assez nettes pour qu'il soit possible d'en constater un déplacement, c'est tout simplement grâce à la circonstance que les réflecteurs n'ont pas exactement (soit volontairement, soit par hasard) les orientations qu'ils sont censés avoir. Mais il est intuitif que, s'il s'agit de déplacements angulaires très petits, mon théorème qui établit la non-production du déplacement de franges par la rotation de 90°, doit rester sensiblement vérifié, de même qu'on a admis jusqu'ici que la prévision de Michelson restait valable.

Pour avoir une idée de l'effet produit par les changements d'orientation des réflecteurs, j'ai étudié, dans le deuxième des Mémoires cités plus haut (§ 4), le cas d'un déplacement angulaire μ donné au miroir B_1. On a alors

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\mu + \text{des termes en } \rho \text{ et en } \rho^2,$$

et sensiblement $i = \lambda : 2\mu$. Si, pour donner un exemple, on suppose μ égal à deux secondes et demi d'arc, on trouve que i vaut à peu près 2^{cm}; les franges sont donc convenablement espacées.

Pour essayer une expérience absolument à l'abri de toute objection, il faudrait calculer d'avance quelles modifications dans les phénomènes se

produisent en variant l'azimut de l'appareil, les orientations des réflecteurs étant exactement connues. Si l'on trouve qne ces modifications soient assez appréciables, il faudra voir si les expériences en donnent ou non une confirmation parfaite. En outre, pour arriver finalement à savoir sûrement si des désaccords entre les prévisions et les faits réels existent ou non, il serait bon de faire des vérifications de même genre, si possible, pour toutes les autres expériences, optiques ou électromagnétiques, qu'on a l'habitude de citer à l'appui de l'expérience de Michelson. Même en reconnaissant ce que la Science doit déjà à la théorie de la Relativité, et en lui tributant toute l'admiration dont elle est digne, on peut désirer vivement que ces questions d'ordre expérimental soient élucidées; d'autant plus que la nouvelle conception peut se passer des expériences de laboratoire, si vraiment des observations astronomiques en fournissent d'éclatantes confirmations.

Tout ce qui précède est subordonné, outre qu'à l'approximation jusqu'à ρ^2, à l'emploi de la construction bien connue de Huygens pour la réflexion d'ondes planes, dont la légitimité me paraît exempte d'objections.

M. Gaston Bonnier offre à l'Académie les Tomes 30 et 31 de la *Revue générale de Botanique*, publiée sous sa direction, et dont la publication n'a jamais été interrompue pendant la guerre. Ces volumes renferment des Mémoires ou articles d'auteurs français, tels que MM. Nicolas, Guilliermond, Colin, Gagnepain, Guillaumin, François, R. Combes, G. Bonnier, etc., ainsi que d'auteurs étrangers appartenant aux pays alliés ou neutres, tels que MM. Turchini, Eriksson, Mme Besteiro, etc.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Mécanique, en remplacement de M. *Marcel Deprez*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 57,

M. A. Mesnager	obtient . . .	41	suffrages
M. H. Parenty	» . . .	9	»
M. Bertrand de Fontviolant	» . . .	4	»
M. E. Jouguet	» . . .	3	»

M. A. **Mesnager**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Astronomie, en remplacement de M. *Edmund Weiss*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 52,

M. A. **Fowler** réunit l'unanimité des suffrages : il est élu Correspondant de l'Académie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1920, ouvert en la séance du 23 février, est clos en celle du 1er mars.

40 cahiers de vote sont déposés.

Le dépouillement des cahiers de vote donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Grand prix des sciences mathématiques*, *prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. Jordan, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard, Goursat; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Aucun autre suffrage n'a été exprimé.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *H. de Parville*. — MM. Boussinesq, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Mesnager; Jordan, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Picard, Appell.

III. Astronomie : *Prix Lalande*, *Damoiseau*, *Benjamin Valz*, *Janssen*, *Pierre Guzman*. — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer; Jordan, Lippmann, Émile Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau*, *Gay*, *fondation Tchihatchef*, *prix Binoux*. — MM. Grandidier, Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé; Edmond Perrier, Guignard, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Lecomte.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, Mesnager.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Hébert, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot; Boussinesq, Émile Picard, Carpentier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Paul Janet.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, L. La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Armand Gautier, Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, Bourquelot; Carnot, Schlœsing, Maquenne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Fontannes, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; Edmond Perrier, A. Lacroix, Depéret.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Carnot, Kilian.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy.* — MM. Guignard, Gaston Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Edmond Perrier, Bouvier, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Henneguy, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. Ranvier, Edmond Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal; Grandidier, Laveran, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Douvillé.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Dusgate, Bellion, Larrey.* — MM. Guyon, d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, Widal; Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Branly.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Lallemand, L. La Caze, Martin-Damourette, Philipeaux.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Mangin.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. Armand Gautier, Guyon, Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Charles Richet, Quénu, Widal.

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Émile Picard, Carnot, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Lecomte.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Grandidier, Émile Picard, Appell, Edmond Perrier, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Jordan, Boussinesq.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Deslandres, Lemoine, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel.* — MM. Deslandres, Lemoine, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Edmond Perrier.

XVIII. *Prix Alhumbert.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, A. Lacroix, Wallerant, Villard, Branly.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, de Gramont.

XIX. *Prix Bordin.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Haller, A. Lacroix, Douvillé, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Launay, Haug.

XX. *Prix Serres.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Laveran, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Branly.

XXI. *Prix Vaillant.* — MM. Lippmann, Émile Picard, Violle, Hamy, Bouty, Villard, Branly.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Daniel Berthelot.

XXII. *Prix Houllevigue.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Delage, Bouvier, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, A. Lacroix.

XXIII. *Prix Saintour.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Laveran, Marchal.

XXIV. *Prix Henri de Parville* (ouvrages de science). — MM. Des-

landres, Lemoine, Emile Picard, A. Lacroix; Appell, Armand Gautier, A. Carnot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Moureu, Paul Janet.

XXV. *Prix Lonchampt.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier, Leclainche.

XXVI. *Prix Henry Wilde.* — MM. Grandidier, Lippmann, Emile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

XXVII. *Prix Caméré.* — MM. de Freycinet, Carnot, Humbert, Vieille, Le Chatelier, Carpentier, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Kœnigs, Rateau.

XXVIII. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Guignard, Delage, Bouvier, A. Lacroix, Maquenne, le prince Bonaparte, Le Chatelier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Henneguy.

XXIX. Question à proposer pour le *Grand prix des Sciences physiques* à décerner en 1923. — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Termier.

XXX. Question à proposer pour le *prix Bordin* (sciences mathématiques) à décerner en 1922. — MM. Jordan, Boussinesq, Lippmann, Emile Picard, Appell, Humbert, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Bourgeois.

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique pour la chaire de *Culture* déclarée vacante au Muséum d'Histoire naturelle par décret en date du 17 janvier 1920.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 51,

M. Bois obtient. . . . . 50 suffrages
M. François » . . . . 1 suffrage

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 45,

M. François obtient . . . . 43 suffrages
M. Guillaumin » . . . . 1 suffrage

Il y a un bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Bois**
En seconde ligne . . . . M. **François**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces de la Correspondance :

1° *Science and Learning in France, an appreciation by American Scholars*, publié par la Society for American Fellowships in French Universities.

2° Trois Ouvrages de M. Lucien Chancerel : *Traité pratique de Sylviculture, exploitation forestière et boisement; Flore forestière du Globe; Précis de Botanique forestière et de biologie de l'arbre*. (Présentés par M. G. Bonnier.)

3° *La guerre des gaz et les travaux des services chimiques de l'armée*, par le colonel Vinet. (Présenté par M. Ch. Moureu.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence de certaines séries.* Note [1] de M. **N.-E. Nörlund**.

1. On sait que la série alternée

$$\sum_{s=0} (-1)^s f(s)$$

[1] Séance du 23 février 1920.

est convergente si $f(x)$ est une fonction, positive à partir d'une certaine valeur de x, continuellement décroissante et tendant vers zéro quand x augmente indéfiniment.

Je vais démontrer qu'on peut décider de la convergence de cette série dans certains cas plus généraux. Supposons que la fonction $f(x)$ tende vers zéro quand x augmente indéfiniment et qu'elle admette, pour $x \geqq a$, une dérivée continue d'un certain ordre, soit d'ordre m, telle que l'intégrale

$$\int_a^\infty |f^{(m)}(z)|\,dz$$

soit convergente. *Dans ces conditions, la série*

$$\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^s f(x+s) \tag{1}$$

sera uniformément convergente dans l'intervalle $x \geqq a$. En effet, soit $E_\nu(x)$ le polynome qui satisfait à l'équation

$$E_\nu(x+1)+E_\nu(x)=2x^\nu.$$

Soit $\dot{E}_\nu(x)$ une fonction périodique définie par les deux conditions suivantes :

$$\dot{E}_\nu(x+1)+\dot{E}_\nu(x)=0,$$
$$\dot{E}_\nu(x)=E_\nu(x), \qquad \text{si} \qquad 0 \leqq x < 1.$$

On a, pour $x \geqq a$,

$$2\sum_{s=0}^{p-1}(-1)^s f(x+s)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\frac{E_\nu(0)}{\nu!}\left[f^{(\nu)}(x)-(-1)^p f^{(\nu)}(x+p)\right] + (-1)^m\int_0^p \frac{\dot{E}_{m-1}(z)}{(m-1)!}f^{(m)}(x+z)\,dz, \tag{2}$$

p étant un entier positif quelconque. On le démontre aisément en intégrant par partie dans le dernier terme au second membre. Nos hypothèses relativement à la fonction $f(x)$ entraînent que

$$\lim_{x=\infty} f^{(\nu)}(x)=0 \qquad (\nu=0, 1, 2, \ldots, m-1).$$

C'est ce qui résulte d'un théorème de MM. Hardy et Littlewood [1].

Cela posé, nous faisons tendre p vers l'infini dans l'équation (2). Le second

---

[1] *Proc. London math. Soc.*, 2e série, t. 9, 1911, p. 437-438; 2e série, t. 11, 1913, p. 422-423.

membre tendra uniformément vers une limite. La série (1) est donc convergente et elle se représente par l'expression suivante :

$$2\sum_{s=0}^{\infty}(-1)^s f(x+s)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\frac{E_\nu(0)}{\nu!}f^{(\nu)}(x)+(-1)^m\int_0^\infty \frac{\dot{E}_{m-1}(z)}{(m-1)!}f^{(m)}(x+z)\,dz.$$

2. On peut de la même manière décider de la convergence de certaines séries multiples. Soient $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ des nombres positifs quelconques. Posons

$$\Omega = s_1\omega_1 + s_2\omega_2 + \ldots + s_n\omega_n$$

et considérons la série

$$(2) \qquad \sum(-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n} f(x+\Omega),$$

la sommation étant étendue à toutes les valeurs entières, non négatives de $s_1, s_2, \ldots, s_n$. Supposons que la fonction $f(x)$ tende vers zéro quand x augmente indéfiniment et qu'elle admette, pour $x \geqq a$, une dérivée continue d'un certain ordre, soit d'ordre m, telle que

$$\lim_{x=\infty} x^{n+\varepsilon} f^{(m)}(x) = 0,$$

ε étant un nombre positif. Je vais démontrer que la série (3) converge uniformément pour $x \geqq a$. En effet, soit h un nombre tel que $0 \leqq h < \omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_n$. Soit $E_\nu^{(n)}(x)$ le polynome qui satisfait à l'équation [1]

$$\mathop{\nabla^n}_{\omega_1\ldots\omega_n} E_\nu^{(n)}(x) = x^\nu,$$

ν étant un entier positif. Soit $\dot{E}_\nu^{(n)}(x)$ une fonction continue définie par les deux conditions suivantes :

$$\mathop{\nabla^n}_{\omega_1\ldots\omega_n} \dot{E}_\nu^{(n)}(x) = 0,$$

$$\dot{E}_\nu^{(n)}(x) = E_\nu^{(n)}(x), \qquad \text{si} \qquad 0 \leqq x < \omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_n.$$

On a la relation suivante :

$$f(x+h) = \sum_{\nu=0}^{m-1} \frac{E_\nu^{(n)}(h)}{\nu!} \mathop{\nabla^n}_{\omega_1\ldots\omega_n} f^{(\nu)}(x) + \int_0^\infty \frac{\dot{E}_{m+1}^{(n)}(h-z)}{(m-1)!} \mathop{\nabla^n}_{\omega_1\ldots\omega_n} f^{(m)}(x+z)\,dz.$$

---

[1] Voir sur ces polynomes deux Notes des *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 166-168 et p. 221-223.

On le démontre en intégrant par partie dans le dernier terme au second membre. Il en résulte que, pour $x \geqq a$,

$$\sum_{s_n=0}^{p_n-1} \cdots \sum_{s_2=0}^{p_2-1} \sum_{s_1=0}^{p_1-1} (-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n} f(x+h+\Omega)$$
$$= \sum_{\nu=0}^{m-1} \frac{\mathrm{E}_\nu^{(n)}(h)}{\nu!} \underset{p_1\omega_1,\ldots,p_n\omega_n}{\nabla^n} f^{(\nu)}(x) + \int_0^\infty \frac{\dot{\mathrm{E}}_{m-1}^{(n)}(h-z)}{(m-1)!} \underset{p_1\omega_1,\ldots,p_n\omega_n}{\nabla^n} f^{(m)}(x+z)\,dz,$$

$p_1, p_2, \ldots, p_n$ étant des entiers positifs impairs quelconques. Faisons tendre les p_i vers l'infini simultanément et indépendamment l'un de l'antre. On démontre aisément que le second membre tend uniformément vers une limite. La série à n entrées (3) est donc convergente et l'on a

$$2^n \sum (-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n} f(x+h+\Omega) = \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{\mathrm{E}_\nu^{(n)}(h)}{\nu!} f^{(\nu)}(x)$$
$$+ \int_0^\infty \frac{\dot{\mathrm{E}}_{m-1}^{(n)}(h-z)}{(m-1)!} f^{(m)}(x+z)\,dz.$$

On voit ainsi que les séries (1) et (3) convergent si

$$f(x) = \frac{\sin(x^\alpha)}{x^\beta} \qquad (0 \leqq \alpha < 1),$$

β étant un nombre dont la partie réelle est positive. Il en est de même si

$$f(x) = \frac{\cos(\log_p x)}{\log_q x},$$

p et q étant des entiers positifs. Mais il va sans dire que ces séries ne sont pas absolument convergentes.

En faisant tendre d'abord p_1, puis p_2 et enfin p_n vers l'infini, on démontre que la série itérée n fois

$$\sum_{s_n=0}^{\infty} \left\{ \cdots \sum_{s_2=0}^{\infty} \left\{ \sum_{s_1=0}^{\infty} (-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n} f(x+\Omega) \right\} \right\}$$

est encore convergente et qu'elle a la même somme que la série (3).

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur un théorème de A. Liapounoff.* Mémoire de M. **Alfred Rosenblatt**, présentée par M. Appell. (Extrait par l'auteur.)

1. Le célèbre mathématicien russe, A. Liapounoff, a démontré le théorème suivant [1] :

« Parmi tous les corps homogènes dont les points s'attirent en raison inverse du carré de leur distance, et qui ont le même volume $\mathfrak{V}$, la sphère *seule* a la plus petite énergie potentielle, toutefois, dans l'*hypothèse* qu'il existe une figure déterminée pour laquelle le minimum de l'énergie potentielle est atteint. »

Par énergie potentielle d'un corps K, on entend le produit par — 1 de l'intégrale

$$J = \frac{1}{2}\int V d\tau, \tag{1}$$

V étant le potentiel du corps en un point x', y', z' et $d\tau$ étant l'élément $dx\,dy\,dz$ du corps. La densité du corps est supposée égale à 1.

Liapounoff suppose que le corps pour lequel le minimum de l'énergie potentielle est atteint est un corps d'équilibre, c'est-à-dire que le potentiel V du corps est constant à la surface. Il montre alors qu'aucun corps différent de la sphère ne peut donner de minimum absolu.

Il montre aussi, dans le deuxième des deux travaux cités, que la sphère donne, en effet, un maximum de l'intégrale (1), si on la compare aux corps suffisamment voisins.

Liapounoff se sert, dans sa démonstration, des propriétés d'une couche simple (couche électrique), étalée sur la surface S du corps en question et sans action en un point intérieur du corps. Il se sert donc des moyens de la théorie du potentiel newtonien. Ensuite, il suppose que, parmi toutes les surfaces du corps K qui entrent en comparaison, la sphère possède la plus petite surface. Or, on sait que cette propriété du minimum de la sphère n'a

---

[1] *Sur la stabilité des figures ellipsoïdales d'équilibre d'un liquide animé d'un mouvement de rotation* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1904). — *Problème de minimum dans une question de stabilité des figures d'équilibre d'une masse fluide en rotation* (*Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 1908).

été démontrée que récemment, en toute rigueur, et dans des suppositions générales (1).

Dans un travail récent (2), M. Lichtenstein a démontré que la sphère est la seule figure d'équilibre.

2. Nous nous proposons de démontrer le théorème de Liapounoff dans toute sa généralité. Nous démontrerons donc que, parmi tous les corps de volume $\mathfrak{V}$ donné que l'on puisse s'imaginer, la sphère seule possède le maximum de l'intégrale. La démonstration ne fait pas appel à des considérations étrangères au sujet même du théorème, comme celles concernant les surfaces des corps.

ÉLASTICITÉ. — *Théorie rationnelle des hourdis en béton armé, considérés comme des plaques minces, d'une simple anisotropie orthogonale.* Note (3) de M. **M.-T. Huber**, présentée par M. J. Boussinesq.

On assimilera, approximativement, un hourdis horizontal rectangulaire de plâtre armé, ou de ciment armé, à une plaque mince présentant une anisotropie orthogonale de structure dans les sens horizontaux. Une théorie générale de ces plaques avait été établie en 1879 par M. J. Boussinesq (4). En se contentant d'une approximation suffisante pour le but mentionné dans le titre, on arrive (5) directement à l'équation différentielle de la surface élastique, sous la forme

$$\mathfrak{B}_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\mathcal{H} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \mathfrak{B}_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p \text{ (charge unitaire)}, \tag{1}$$

où il a été posé, par abréviation,

$$B_1\eta_2 + B_2\eta_1 + 4C = 2\mathcal{H}, \tag{2}$$

η_1 et η_2 étant des coefficients numériques qui, dans le cas d'une plaque iso-

(1) Voir aussi H. Poincaré, *Équilibre des masses fluides animées d'un mouvement de rotation*, Paris, 1902.

(2) Voir aussi le travail de M. G. Tonelli, *Sulla proprieta di minimo della sfera* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. 34, 1915).

(3) Séance du 23 février 1920.

(4) *Journ. de Math.*, 3e série, t. 5, octobre 1879.

(5) M.-T. Huber, *La théorie générale des hourdis en béton armé*; Lwow, 1914 (en polonais).

trope, se réduisent au coefficient de Poisson η, en donnant alors

$$B_1 = B_2 = \frac{EJ}{(1-\eta^2)}.$$

Par $2C$ nous avons désigné la *rigidité de la plaque à la torsion*, rapportée, comme pour B_1 et B_2 (*rigidité à la flexion*), à l'unité de longueur.

En partant de cette équation, il devient possible de donner une solution rigoureuse dans le cas d'une plaque chargée arbitrairement et articulée sur un contour rectangulaire plan.

En prenant pour les axes X et Y les côtés a et b de la plaque, on obtient les déplacements verticaux par la formule

$$(3)\quad \left\{ \begin{aligned} & w = \frac{4}{\pi^4 ab} \sum_r \sum_s \frac{\displaystyle\int_0^a \int_0^b p \sin\frac{r\pi x}{a} \sin\frac{s\pi y}{b}\, dx\, dy}{r^4 \dfrac{\mathfrak{B}_1}{a^4} + s^4 \dfrac{\mathfrak{B}_2}{b^4} + 2 r^2 s^2 \dfrac{\mathfrak{K}}{a^2 b^2}} \sin\frac{r\pi x}{a} \sin\frac{s\pi y}{b} \\ & \qquad (r, s = 1, 2, 3, \ldots). \end{aligned} \right.$$

En substituant cette expression dans l'équation différentielle (1), on donne à son côté gauche la forme

$$\frac{4}{ab} \sum_r \sum_s \sin\frac{r\pi x}{a} \sin\frac{s\pi y}{b} \int_0^a \int_0^b p \sin\frac{r\pi x}{a} \sin\frac{s\pi y}{b}\, dx\, dy;$$

ce qui n'est autre chose que le développement de la fonction $p(x, y)$ en une série de Fourier.

Dans le cas simple, et pratiquement important, où la charge P se trouve concentrée en un point quelconque de la plaque indiqué par les coordonnées x_1, y_1, l'expression de w prend la forme

$$(4)\quad \begin{aligned} w = {} & \frac{2 P b^3 \lambda^2 \mu^2}{\pi^4 \mathfrak{B}_2 (\lambda^2 - \mu^2)} \sum_{n=1,2,3,\ldots} \frac{1}{n^3} \sin\frac{n\pi y_1}{b} \\ & \times \left[\frac{1}{\mu} \frac{\operatorname{sh} n\mu(a - x_1) \operatorname{sh} n\mu x}{\operatorname{sh} n\mu a} - \frac{1}{\lambda} \frac{\operatorname{sh} n\lambda(a - x_1) \operatorname{sh} n\lambda x}{\operatorname{sh} n\lambda a} \right] \sin\frac{n\pi y}{b}, \end{aligned}$$

pour $x \leqq x_1$, ou bien la forme qui dérive de la précédente par la mutation de x et x_1, pour $x \geqq x_1$. Dans cette expression, nous avons posé, pour abréger,

$$(4a)\quad \frac{1}{\lambda} = \frac{b}{\pi} \sqrt{\frac{\mathfrak{K}}{\mathfrak{B}_2} - \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{K}}{\mathfrak{B}_2}\right)^2 - \frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}_2}}}, \qquad \frac{1}{\mu} = \frac{b}{\pi} \sqrt{\frac{\mathfrak{K}}{\mathfrak{B}_2} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{K}}{\mathfrak{B}_2}\right)^2 - \frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}_2}}}.$$

En tenant compte des identités

$$\mathfrak{D}_1 \lambda^4 - 2\mathfrak{H}\frac{\pi^2}{a^2}\lambda^2 + \mathfrak{D}_2\frac{\pi^4}{a^4} = 0, \qquad \mathfrak{D}_1 \mu^4 - 2\mathfrak{H}\frac{\pi^2}{b^2}\mu^2 + \mathfrak{D}_2\frac{\pi^4}{b^4} = 0, \tag{5}$$

il est facile de démontrer que chacune des deux expressions de w réduit à zéro le côté gauche de l'équation différentielle (1) pour $x \neq x_1$ et $y \neq y_1$.

Les solutions (3) et (4) satisfont évidemment aux conditions concernant les limites, conditions qui sont :

$$w = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \qquad \text{pour} \qquad x = 0 \quad \text{et} \quad x = a;$$

$$w = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \qquad \text{pour} \qquad y = 0 \quad \text{et} \quad y = b.$$

La formule nouvelle (3) se réduit, dans le cas où $\mathfrak{D}_1 = \mathfrak{D}_2 = \mathfrak{H}$ (plaques isotropes), à une forme qu'avait donnée Navier. Par contre, la formule (4) fournit, même alors, des résultats qui n'avaient pas été indiqués jusqu'à présent. Chez les auteurs s'occupant de la question, on ne trouvait que des formules bien plus complexes et concernant le cas particulier le plus simple, celui d'une charge concentrée au milieu de la plaque.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la résistance des aciers à la coupe des outils.* Note de M. **Ch. Fremont**, présentée par M. Lecornu.

Les praticiens savent que des aciers de même résistance à l'essai de traction présentent parfois, à l'outil qui les entame, une plus grande dureté les uns que les autres.

Ainsi, j'ai vu un acier à 78^{kg} par millimètre carré de résistance à la rupture (calculée suivant la règle conventionnelle universellement admise, c'est-à-dire en divisant l'effort maximum par la section initiale), qui usait rapidement les lames de scie qui l'entamaient, alors qu'un autre acier à 121^{kg} de résistance à la rupture par millimètre carré se laissait très facilement entamer et n'usait que fort peu les lames.

J'ai trouvé l'explication de ce phénomène paradoxal en mesurant la *résistance finale*, obtenue à l'essai de traction de ces deux aciers.

J'appelle résistance finale celle que l'on obtient par le calcul en divisant l'effort auquel était soumise l'éprouvette de traction au moment de la rupture, par la section réelle de rupture, c'est-à-dire la striction de l'éprouvette.

Cet effort final est moins élevé que l'effort maximum précédent, mais la résistance

finale par millimètre carré est, au contraire, plus élevée que la résistance à la rupture habituelle, parce que la section réelle de rupture est sensiblement moindre que la section initiale.

L'acier, à 121^{kg} de résistance de rupture, est à 165^{kg} de résistance finale; à 78^{kg} de résistance de rupture, il est à 195^{kg} de résistance finale.

J'ai montré ailleurs [1] que, dans la coupe des outils, le métal attaqué se rompait par traction; il est donc rationnel qu'un acier, à 195^{kg} par millimètre carré de résistance finale, soit plus dur à couper et use plus rapidement l'outil qu'un acier qui n'a que 165^{kg} de résistance finale.

J'ai cru remarquer, à la suite de quelques essais de traction effectués sur des rails, les uns ayant été usés après peu de service et les autres, au contraire, après un plus long service, que la résistance finale à la traction intervenait, en partie, dans la résistance à l'usure.

Des expériences en cours me permettront, je pense, d'élucider cette question et de donner, plus en détail, le mécanisme du phénomène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la combustion sulfochromique des éthers méthyliques.* Note de MM. **J. Guyot** et **L.-J. Simon**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans l'intention d'avoir une méthode rapide de détermination du carbone dans les éthers méthyliques de l'acide sulfurique nous avons étudié une technique utilisée dès 1888 par Cross et Bevan dans une autre intention. Le principe de la méthode consiste à oxyder le produit au moyen d'anhydride chromique en présence d'acide sulfurique et à mesurer le volume de gaz carbonique produit. L'appareil est une burette de Bunte légèrement modifiée avec laquelle est mise en relation la fiole-laboratoire.

Après introduction dans un petit matras conique de dimension convenable de la ubstance et de l'oxydant, on met le matras en relation avec la burette graduée. Exceptionnellement, le dégagement de gaz carbonique commence à froid; en général, on chauffe en plongeant la fiole dans un bain-marie dans lequel on l'agite. Le dégagement se produit à une certaine température; on atteint progressivement l'ébullition de l'eau au bain-marie et l'on considère l'opération comme terminée après 4 minutes de cette ébullition. Cette méthode est suffisante à condition d'opérer dans des conditions déterminées, car elle comporte des causes d'erreur contradictoires qui se compensent assez exactement dans ces conditions.

---

(1) *La Lime*, p. 108; Paris, 1916.

Voici quelques résultats obtenus avec cette méthode :

Nom de la substance.	C pour 100 observé.	Calculé.
Méthylsulfate de potassium.......	8,19; 8,13; 8,14; 8,15; 8,14; 8,03	8,00
» de sodium (anhydre).	8,02; 7,99	7,90
» de sodium (hydraté).	8,83; 8,91	8,95
» de lithium.........	10,21	10,18
» de baryum.........	6,69; 6,66; 6,66	6,67
» de calcium.........	8,98; 9,08; 9,06; 8,91; 9,05; 9,03	9,16
Sulfate diméthylique............	19,10; 19,08	19,04
Chlorosulfonate de méthyle.......	9,14; 9,09; 9,09; 9,15	9,19
Oxyde de méthyle...............	51,5; 52,25; 51,3; 51,8; 52,1; 51,9; 52,2	52,12
Formiate de méthyle............	38,9; 39,2; 38,6; 39,3; 39,2	40,0
Carbonate diméthylique..........	39,2	40,0
Oxalate »	40,64; 40,10	40,67
Malonate »	45,8; 45,3	45,45
Benzoate de méthyle.............	70,1; 70,05	70,58
Salicylate »	62,62; 62,58	63,5
Phtalate »	61,4; 61,03; 61,07	61,85

Cette méthode s'applique donc avec une approximation suffisante aux dérivés méthyliques; les résultats précédents supposent que la combustion sulfochromique des acides aromatiques est complète dans ces conditions : nous l'avons vérifié directement comme l'avaient déjà fait Cross et Bevan. Il est presque superflu de dire que le contrôle en poids de la mesure de volume a été fait sur quelques exemples en faisant absorber le gaz carbonique dans un tube à boules de Liebig.

Le dispositif utilisé permet de mesurer le volume du gaz carbonique produit à tout instant : en particulier de noter la température du bain-marie au moment de l'apparition du gaz et la vitesse de son dégagement. Ces observations conduisent à quelques remarques intéressantes, surtout si l'on transporte les lectures de volume sur un diagramme en fonction de la durée.

1° Les méthylsulfates sont brûlés dès la température ordinaire.

Pour le sulfate diméthylique il faut élever la température aux environs de 80°; la vitesse de dégagement est moindre. Le chlorosulfonate de méthyle se comporte d'une manière analogue aux méthylsulfates. Les diagrammes relatifs aux mélanges de sulfate diméthylique et de chlorosulfonate de méthyle mettent en évidence *la combustion en quelque sorte fractionnée des deux substances*.

2° Dans les mêmes conditions, les dérivés éthylés, les éthylsulfates par exemple, ne sont pour ainsi dire pas oxydés. A la vérité il se produit une oxydation proportionnelle au temps si faible qu'en se plaçant dans les conditions indiquées leur présence en mélange avec les éthers méthyliques n'influence que d'une manière négligeable le dosage du carbone méthylique : c'est le cas par exemple des mélanges de chlorosulfonates d'éthyle et de méthyle où domine ce dernier.

3° Dans les éthers éthyliques des acides organiques signalés plus haut, on observe la combustion complète de l'acide accompagnée d'une combustion régulière mais très faible, presque négligeable de l'alcool. C'est ainsi que se comportent les formiate, carbonate, oxalate, malonate, salicylate et phtalate d'éthyle.

4° Comme on pouvait s'y attendre par l'emploi usuel de la solution acétochromique, l'acide acétique résiste à l'oxydation. Il se comporte à peu près comme l'alcool éthylique. *Ses éthers se comportent comme si l'acide et les alcools étaient juxtaposés.* L'acétate de méthyle se comporte comme l'alcool méthylique et l'acétate d'éthyle résiste à l'oxydation à la manière de ses constituants. L'acide succinique qu'on pourrait rapprocher de l'acide acétique se comporte cependant comme les acides oxalique et malonique aussi bien à l'état libre que sous forme d'éthers.

5° Il était intéressant d'examiner les éthers maloniques substitués dans le carbone central : la comparaison a porté sur le méthylmalonate et le diméthylmalonate d'éthyle, l'éthylmalonate et le diéthylmalonate d'éthyle. La combustion est très incomplète et il semble que, à molécules égales, le volume gazeux est le même et correspond assez grossièrement au squelette malonique, *les radicaux substitués aussi bien méthylés qu'éthylés* ne prenant pas à l'oxydation une part plus active que le radical éthylique des groupes carboxéthylés.

Conclusion. — On en conclut que la combustion sulfochromique des éthers méthyliques doit se faire par l'intermédiaire du sulfate acide de méthyle résultant de la réaction d'équilibre de l'acide sulfurique sur un éther méthylique quelconque

$$R-CO.OCH^3+SO^4H^2 \rightleftharpoons R-COOH+SO^2(OH)(OCH^3).$$

En sorte qu'on retrouve dans tous les éthers méthyliques et éthyliques la différence de vitesse de combustion des méthyl et éthylsulfates et d'autre part la différence de vitesse de combustion des acides libres.

CHIMIE ORGANIQUE — *Préparation des acides aliphatiques par oxydation catalytique des alcools primaires.* Note (1) de MM. **A. Mailhe** et **F. de Godon**, transmise par M. Paul Sabatier.

Dans une Communication antérieure (2), l'un de nous a montré avec M. Sabatier, qu'un certain nombre d'oxydes métalliques jouissent de la propriété de transformer, par oxydation directe en présence d'oxygène ou d'air, les alcools en aldéhydes. En 1913, Fokine a étudié l'oxydation de l'alcool méthylique au contact de certains métaux catalyseurs et aurait obtenu jusqu'à 84 pour 100 d'aldéhyde. La même année, M. Senderens a décrit les résultats qu'il a obtenus en oxydant les alcools par l'air en présence d'un certain nombre de catalyseurs, et il a trouvé que la réaction qui fournissait beaucoup d'aldéhyde et un peu d'acide était accompagnée d'une certaine destruction de l'alcool avec formation d'anhydride carbonique.

Nous nous sommes demandé s'il ne serait pas possible de diriger l'oxydation des alcools, de manière à éviter autant que possible leur destruction et à obtenir du premier coup une dose importante d'acide.

L'argent divisé, provenant de la réduction de l'oxyde, ne donne aucun résultat pratique; il s'agglomère dans le tube à catalyse. Le cuivre, issu de la réduction de l'hydrate tétracuivrique, s'est comporté comme un excellent catalyseur d'oxydation. La température à laquelle a lieu l'oxydation débute au-dessous de 220°; on atteint ainsi un rendement en acide acétique de 1 à 2 pour 100; à 220°-230°, on obtient 4 pour 100. Nous avons été amenés à élever progressivement la température jusqu'à 260°-270°. Et, dans ce dernier cas, la proportion d'acide acétique obtenu a été du premier coup de 20 pour 100 du poids de l'alcool mis en œuvre.

Puisque, à 260°-270°, on se trouve dans le voisinage de la température de la décomposition catalytique de l'alcool en aldéhyde et hydrogène, au contact du cuivre divisé, cette réaction doit se produire simultanément avec celle qui fournit l'acide. Effectivement, on constate toujours la formation d'une dose importante d'aldéhyde, dont une partie est toujours entraînée par le courant d'air, en raison de sa volatilité.

100cm³ d'alcool ordinaire à 95° ont été oxydés. Du liquide recueilli, l'aldéhyde et l'alcool non transformés ont été enlevés au Chenard. Le résidu a été distillé ensuite dans un ballon; la portion passant avant 110° a été séparée et le résidu cristallise par refroidissement. Nous avons pu isoler ainsi 15g d'acide acétique cristallisable, sur 20g qu'un dosage acidimétrique avait décelé dans le liquide catalysé.

---

(1) Séance du 23 février 1920.

(2) Sabatier et Mailhe, *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 1394.

Une seconde expérience, effectuée sur 100$^{cm^3}$ d'alcool, a fourni 70$^{cm^3}$ de liquide contenant 14^{g},3 d'acide acétique. Dans une troisième, nous avons transformé en acide 14,7 pour 100 d'alcool. Sur ce même catalyseur, nous avons oxydé 400$^{cm^3}$ d'alcool à 95°, qui ont fourni :

Les premiers	100$^{cm^3}$.......	72$^{cm^3}$ de liquide	contenant	9^{g},82	d'acide acétique
Les deuxièmes	100.......	62 »	»	16,66	»
Les troisièmes	100.......	68 »	»	12,75	»
Les quatrièmes	100.......	57 »	»	10,88	»

La proportion d'acide acétique obtenu, quoique très variable, a été toujours assez importante. Diverses causes permettent d'expliquer ces différences : vitesse de l'air qui entraînait des vapeurs volatiles; eau de réfrigération à température variable; chauffage irrégulier, dû à des variations de pression du gaz, pouvant produire la combustion d'une portion de l'alcool.

Enfin, une dernière expérience d'oxydation de 100$^{cm^3}$ d'alcool a été faite sur du cuivre neuf. Nous avons obtenu 71$^{cm^3}$ de liquide contenant 18^{g},18 d'acide acétique et 12$^{cm^3}$ d'aldéhyde. Il restait 40$^{cm^3}$ d'un mélange d'alcool-eau. Cette oxydation avait permis de transformer dans un seul passage 60 pour 100 de l'alcool.

On constate cependant qu'à la longue le cuivre ne produit plus une oxydation aussi avancée de l'alcool et que cette dernière s'arrête au stade aldéhyde. La dose d'acide formé devient de plus en plus faible et, dans certains cas, au bout de plusieurs jours de marche, elle n'a pas dépassé 3 pour 100, pendant que la quantité d'aldéhyde formée augmentait notablement.

Une légère oxydation du catalyseur lui communique une nouvelle activité. Après cette opération effectuée dans le tube même, 100$^{cm^3}$ d'alcool ont fourni par oxydation, 10^{g} d'acide acétique et 11$^{cm^3}$ d'acétaldéhyde. Une nouvelle dose de 100$^{cm^3}$ d'alcool ont donné 75$^{cm^3}$ de liquide catalysé, contenant 5^{g},5 d'acide et 20$^{cm^3}$ d'aldéhyde.

L'*alcool propylique*, oxydé à 260°-270°, par un courant d'air, sur le cuivre qui a servi aux expériences précédentes, a fourni, sur 100$^{cm^3}$, 8^{g} d'acide propionique et 22$^{cm^3}$ de propanal. A température un peu plus élevée (300°), nous avons obtenu 27$^{cm^3}$ d'aldéhyde et 5^{g},2 d'acide.

Sur 95$^{cm^3}$ d'*alcool isobutyrique*, oxydés à 270°, nous avons recueilli 75$^{cm^3}$ de liquide contenant 9^{g},2 d'acide isobutyrique et 21$^{cm^3}$ d'aldéhyde correspondante. L'*alcool butyrique* a fourni un résultat à peu près semblable.

Enfin, 100$^{cm^3}$ d'*alcool isovalérique*, soumis à l'oxydation à 260°-270°, ont fourni 82$^{cm^3}$ de liquide laissant séparer immédiatement 13$^{cm^3}$ d'eau, et ren-

fermant $8^g,52$ d'acide valérique et 38^{cm^3} de valéral. La quantité d'eau formée étant bien supérieure à celle qui correspond à l'acide dosé, on doit en conclure qu'une partie de l'aldéhyde a pris naissance par oxydation directe de l'alcool.

Ces résultats montrent qu'il est possible d'obtenir les acides par oxydation catalytique des alcools primaires, au contact du cuivre divisé. Il se forme toujours une dose importante d'aldéhyde qui résulte, au moins partiellement, d'une oxydation ménagée de l'alcool mis en œuvre. La quantité condensée est d'autant plus grande que cette aldéhyde est moins volatile.

GÉOLOGIE. — *Essais de prospection électrique du sous-sol.*
Note de M. C. **Schlumberger**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai, depuis 1912, effectué une série de recherches sur la répartition, à l'intérieur du sol, du courant électrique qui s'écoule entre deux prises de terre, dans le but d'étudier la constitution géologique des terrains et éventuellement d'y déceler la présence des minerais bons conducteurs de l'électricité.

L'étude de la répartition du courant se fait par l'établissement d'une carte donnant la valeur du potentiel électrique en chaque point de la surface du sol. Lorsque le terrain est homogène et plan, le potentiel se calcule par l'application de formules théoriques dérivant de la loi d'Ohm, de sorte qu'il est facile de tracer *a priori* la carte des potentiels. Si par contre le sol contient des hétérogénéités diverses, telles que des roches de conductibilités différentes, celles-ci affectent la répartition des filets de courant et entraînent des perturbations qui se répercutent sur la distribution des potentiels à la surface. L'examen de la carte établie sur un sol hétérogène permet donc de déterminer, dans une certaine mesure, la disposition des roches ou des minerais en profondeur. Quand des puits ou des galeries permettent les observations souterraines, il y a évidemment intérêt à compléter les renseignements recueillis au jour par des mesures de potentiel faites à l'intérieur du sol.

La technique que j'ai adoptée repose sur l'emploi du courant continu.

Celui-ci évite les sources d'erreur que donne le courant alternatif et qui proviennent de l'induction. La génératrice est un groupe électrogène débitant quelques ampères, sous une tension de 100 à 200 volts. Les deux prises de terre qui terminent

la ligne de distribution du courant sont disposées à une distance variant de quelques centaines à quelques milliers de mètres, suivant la nature du problème envisagé. La répartition des potentiels à la surface du sol et éventuellement dans les travaux souterrains est étudiée au moyen d'une courte ligne volante, qui contient un galvanomètre portatif sensible et un petit potentiomètre et qui touche le sol à ses deux extrémités par deux électrodes impolarisables. Ces électrodes sont constituées par une tige de cuivre trempant dans une solution de sulfate de cuivre, elle-même contenue dans un vase poreux qui seul est en contact avec le sol. Les électrodes spéciales sont nécessaires pour éliminer les erreurs que produirait la polarisation, si l'on touchait directement le sol humide avec des tiges métalliques.

La méthode a été appliquée dans le Calvados à l'étude du Silurien recouvert par du calcaire jurassique, en deux points (Fierville-la-Campagne et Soumont) où la stratigraphie souterraine avait été déjà bien reconnue par de nombreux sondages. Les assises siluriennes sont fortement inclinées; les couches jurassiques sont horizontales, avec une épaisseur variant de 40^m à 90^m. Malgré l'importance de ce recouvrement, qui estompe l'action des terrains profonds, les cartes des potentiels ont permis de déterminer : 1° la direction horizontale de la stratification du Silurien; 2° l'emplacement du contact des Grès Armoricains et des Schistes à Calymènes, qui constitue un horizon géologique bien défini voisin des couches de minerai de fer; 3° le passage d'une faille et l'amplitude de son rejet horizontal. Ces diverses déterminations se sont trouvées en accord avec les résultats fournis par les sondages, ou ont été vérifiées par des travaux souterrains ultérieurs.

Ces recherches ont embrassé une étendue dépassant 10^{km^2}. Les deux prises de terre ont été parfois placées à plusieurs kilomètres de distance, notamment pour le tracé de grandes courbes équipotentielles (3^{km} de développement) qui ont pu être jalonnées sur le terrain par des cheminements successifs sans que l'erreur de fermeture dépassât quelques mètres.

Les mêmes principes ont été utilisés pour l'étude des amas pyriteux. A Bor (Serbie), où le minerai cuprifère est constitué par de la covelline mélangée de pyrite avec gangue siliceuse, on a pu tracer avec une certaine précision le contour apparent du gisement, qui en projection horizontale a la forme d'une lentille elliptique peu aplatie, incluse dans une large venue d'andésite.

Au cours des recherches sur la conductibilité des amas de pyrite, j'ai observé que tous les gisements pyriteux provoquent spontanément des différences de potentiel dans le terrain encaissant, et ceci jusqu'à une distance du minerai qui peut dépasser 100^m. Il est facile d'établir la carte

de ces potentiels et l'on constate que les courbes équipotentielles relevées à la surface du sol enveloppent sensiblement le contour apparent du gisement. Les différences de potentiel atteignent au maximum quelques centaines de millivolts. Le potentiel du sol au-dessus de la pyrite est négatif par rapport à celui des régions éloignées.

Ces phénomènes semblent dus à un effet de pile, la pyrite enfouie dans le sol humide étant assimilable à un métal plongé dans un électrolyte et dont les diverses parties sont inégalement attaquées. L'énergie nécessaire à l'entretien du courant proviendrait des réactions d'oxydation, qui sont particulièrement vives dans les zones supérieures du minerai. Il est probable que les gisements vierges, où l'oxydation est faible, ne doivent manifester les mêmes phénomènes que d'une façon atténuée.

Toutes ces apparences peuvent être reproduites en laboratoire.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude de la laminarine du* Laminaria flexicaulis. Note de Mme Z. **Gruzewska**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La laminarine est un polysaccharide qui, signalé dans les laminaires en 1885 par Schmiedeberg, trouvé ensuite dans les algues brunes en général et étudié par divers auteurs, présente d'après ces recherches les propriétés suivantes : elle est soluble dans l'eau, précipite par l'alcool, ne précipite pas par le sous-acétate de plomb, ne donne aucune coloration avec l'iode, tourne à gauche la lumière polarisée et fournit à l'hydrolyse exclusivement du glucose. Schmiedeberg la classe parmi les substances analogues aux dextrines.

Krefting opérant sur une algue cueillie en hiver a obtenu un polysaccharide qui ne diffère de la laminarine que par son insolubilité dans l'eau froide ; il le considère comme une espèce chimique différente et lui a donné le nom de *Kreftine*.

J'ai repris l'étude chimique et physiologique de cette substance, dont M. Lapicque a démontré l'intérêt au point de vue de l'emploi alimentaire des algues. Je me suis servie dans mes expériences du *Laminaria flexicaulis* recueilli par M. Lapicque et traité frais par son procédé à l'eau de chaux (1). Le principe de la méthode dont je me suis servie est le suivant.

(1) Louis Lapicque, *Variation saisonnière dans la composition chimique des Algues marines* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1426).

Les algues desséchées, broyées, ont été épuisées à l'eau bouillante. Le liquide purifié par le nitrate mercurique en présence du blanc d'œuf, puis débarrassé du mercure par l'hydrogène sulfureux. Finalement la laminarine précipitée par l'alcool d'une solution limpide est incolore.

La substance ainsi préparée se présente sous forme d'une poudre blanche, incolore, insipide, se dissolvant facilement dans l'eau froide. Les solutions sont limpides et incolores. Elles ne réduisent pas la liqueur de Fehling. Elles ne précipitent ni par l'acétate, ni par le sous-acétate de plomb, mais précipitent par le sous-acétate de plomb ammoniacal. Ne se colorent pas par l'iode. Cette substance possède donc bien les caractères distinctifs de la laminarine de Schmiedeberg.

Le pouvoir rotatoire de la laminarine est gauche. Une solution de 2,6 pour 100 (cendres et eau déduite; conductivité du liquide $c = 6,8 . 10^{-4}$) donne $[\alpha]_D = -17°,2$.

Cette solution, abandonnée à la température du laboratoire, précipite spontanément, mais avec une grande lenteur. Je poursuis l'étude de cette transformation; je dirai seulement ici qu'elle amène à concevoir la krepsine comme une modification de la laminarine, modification dont la nature reste à déterminer.

La laminarine passe à travers les sacs de collodion (de 2 et de 3 couches), plus lentement que le saccharose, mais infiniment plus vite que la dextrine.

La laminarine se colore en rouge par la fuchsine. On peut la mettre en évidence même dans des solutions très peu concentrées. Si l'on ajoute à une préparation microscopique une goutte de fuchsine alcoolique, la laminarine se présente sous forme d'un précipité caractéristique [analogue à celui de l'amylose [1] en présence de l'iode], coloré en rouge, qui est totalement différent de celui de l'algine (substance qu'on trouve en abondance dans les algues marines). La laminarine résiste à l'action des alcalis à 100°; par les acides elle s'hydrolyse.

L'hydrolyse est lente, comme on l'a signalé. Il faut 6 pour 100 de HCl et une demi-heure d'autoclave à 120° C. pour la transformer presque totalement en glucose. Le sucre obtenu a été déterminé par son pouvoir réducteur, et caractérisé par ses osazones, dont le point de fusion égale 232°-233° au bloc Maquenne. J'ai essayé l'action de différentes diastases sur la laminarine. Les rares recherches faites sur ce sujet sont contradictoires entre elles.

Les solutions de laminarine sont hydrolysées partiellement par l'amylase du malt, par l'invertine, par la Faka diastase, par le suc d'escargot. Par l'action combinée de l'invertine et d'amylase on peut obtenir la saccharification de plus de la moitié de la

---

(1) Mme Z. Gruzewska, *Contribution à l'étude de l'amidon* (*Journal de Physiologie et Pathologie générale*, t. 16, 1912, p. 7-41).

substance mise en expérience. Le suc pancréatique et les extraits de la muqueuse stomacale de chien sont sans action.

Les solutions de laminarine mises en contact avec des cultures pures de levures fermentent directement.

Sous l'influence d'un champ électrique de 1 volt par centimètre, la laminarine sous forme d'une condensation se porte vers le pôle positif.

A l'ultramicroscope elle présente des granulations de différentes grosseurs toutes douées de mouvement brownien.

En conclusion de cette étude préliminaire, je dirai : 1° que la laminarine ne peut, comme on l'a fait jusqu'ici, être rapprochée des dextrines dont la séparent non moins que son pouvoir rotatoire gauche, sa résistance aux acides et aux alcalis; 2° que sa digestibilité par les diastases végétales lui donne la signification d'une substance de réserve dans les algues marines.

MICROBIOLOGIE. — *Sur un champignon nouveau du genre* Aspergillus *isolé dans un cas d'onychomycose.* Note de M. **A. Sartory**, présentée par M. L. Guignard.

Poursuivant nos recherches sur les affections des ongles (onychomycoses et onychogryphoses), nous avons pu récemment découvrir, sur un Chinois travaillant en France, un champignon nouveau du genre *Aspergillus* Micheli.

Aspect du parasite dans la lésion. —En pratiquant des coupes dans l'ongle malade, dans des débris d'ongles coupés avec les ciseaux ou détachés par simple raclage avec un scalpel et traités ensuite par la solution de potasse à 40 pour 100, on a constaté sur plusieurs points une infiltration de filaments mycéliens. Tantôt ces filaments sont segmentés et paraissent constitués par une série d'articles de longueur variable et à contenu dense; tantôt au contraire cette segmentation fait défaut, les filaments sont clairs, leur contenu n'étant figuré que par quelques granules pigmentés. Ces variétés d'aspect peuvent s'observer sur un même filament, une portion segmentée faisant suite à une portion claire non segmentée.

En faisant varier le champ du microscope, on trouve des formes de souffrance représentées par des chlamydospores de dimensions variables (de 20^{μ} à 40^{μ} de diamètre), parfois terminales, assez souvent intercalaires, et quelques conidies mesurant $3^{\mu},5$ à 4^{μ}. Nous n'avons jamais observé d'organes complets de fructification.

Culture du parasite. — Le parasite a été obtenu en culture pure par la méthode des plaques sur milieu de Raulin gélosé-maltosé.

Il végète bien également sur pomme de terre ordinaire, pomme de terre glycérinée, carotte, milieu de Sabouraud, bouillon gélatiné, sur liquide Raulin saccharosé, glucosé, lactosé, maltosé, et également sur lait. Il refuse de végéter sur sérum de bœuf coagulé, albumine d'œuf et pomme de terre acide.

Aspect de la culture. — Sur Raulin gélosé-maltosé, la culture est caractéristique. Elle se traduit par une traînée grisâtre humide, qui devient brune, saillante dès le cinquième jour. Au dixième jour, la culture, en conservant le même aspect, est devenue noire; elle est surélevée, formant dans sa partie centrale une série d'élevures irrégulières, tandis que les bords sont moins élevés et moins irréguliers. Au niveau de ces bords, on voit souvent de petites traînées poudreuses brun foncé (appareils conidiens) en forme de lignes courbes concentriques plus ou moins nombreuses et séparées les unes des autres par de petits espaces vides. Examinée par sa face postérieure, cette culture présente une coloration brun foncé, qui envahit le substratum lui-même. Elle ne dégage aucune odeur de moisi. Les milieux à base d'agar additionnés de glucose, de maltose fournissent des cultures absolument semblables. Sur pommes de terre, la culture présente les mêmes caractères; toutefois la végétation est moins luxuriante.

Caractères morphologiques du champignon. — Mycélium blanc grisâtre, puis brun et noir, de $0^{\mu},6$ à $1^{\mu},5$, cloisonné, richement ramifié. Hyphe fertile courte et à paroi délicate, mesurant environ 4-5^{μ} de diamètre, se renflant à son extrémité supérieure en forme de massue. Ce renflement est sphérique, de 8^{μ} à 20^{μ} de diamètre dans sa plus grande largeur. Stérigmates elliptiques, longs d'environ 6^{μ} et plus, très serrés, recouvrant la presque totalité du renflement terminal. Conidies arrondies, brunes, mesurant 3^{μ} à $3^{\mu},5$ de diamètre. Elles sont facilement détachables, alors que les stérigmates restent fixés au renflement terminal. Sclérotes et périthèces n'ont pas été observés.

Caractères biologiques. — L'*Aspergillus* que nous étudions *liquéfie la gélatine* dès le cinquième jour; sur gélose, nous ne remarquons aucune dislocation ni liquéfaction. Le lait est coagulé le douzième jour, il y a précipitation de la caséine et peptonification de cette dernière. Le glucose et le maltose sont dédoublés. Le lactose, le galactose et le saccharose sont inattaqués. Nous poursuivons à l'heure actuelle l'étude expérimentale de ce champignon.

En résumé, il ressort de nos recherches que, dans les onychomycoses vraies, il est possible d'isoler, suivant les cas, des parasites cryptogamiques appartenant aux genres *Scopulariopsis*, *Aspergillus* et *Penicillium*, sans excepter le *Trichophyton*.

L'*Aspergillus* faisant l'objet de cette Note est une espèce nouvelle que nous dédions au D[r] Gratiot sous le nom d'*Aspergillus Gratioti* n. sp.

PSYCHO-PHYSIOLOGIE. — *De la variation de l'énergie liminaire en fonction de la durée d'excitation pour la vision fovéale.* Note [1] de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Charles Richet.

D'après la loi de Bunsen-Roscoe, l'énergie nécessaire pour obtenir un effet photochimique donné est constante, quelle que soit la durée d'action de la lumière. Cette loi, qui a été trouvée valable pour les phototropismes végétaux et les réactions des Invertébrés à la lumière, coïncide avec la loi de A. Bréguet et Ch. Richet et de Bloch pour la vision, celle-ci n'étant vraie que jusqu'à une certaine limite de la durée d'excitation. Mais, en réalité, pour les phénomènes photochimiques il y a une variation d'énergie complexe, et l'étalement sur une durée plus longue entraîne une perte, de même que pour l'excitation électrique des nerfs (Hoorweg, Weiss). Or les recherches de Blondel et Rey sur la vision des lumières brèves ont montré qu'il fallait substituer à la loi de Bloch, et sans limite de sommation, une loi de forme linéaire, qui n'est autre que celle de Hoorweg-Weiss (en remplaçant la « quantité d'électricité » par la « quantité de lumière »).

Cependant, conformément aux résultats de Lapicque sur le nerf, Grijns et Noyons, en ne s'adressant qu'aux temps très courts (0,073 à 7σ) d'excitation lumineuse, avaient constaté que l'énergie liminaire passait par un minimum.

Conduit par mes recherches sur les temps de latence des sensations à déterminer le rôle des temps d'action, j'ai repris cette question de la relation de l'énergie liminaire (produit de l'intensité d'excitation par sa durée) avec le temps d'action : Je me suis adressé d'abord à la vision fovéale, en tenant compte de l'état d'adaptation de l'œil.

Le dispositif adopté fut le suivant : comme source de lumière, à 53^{cm} de l'œil, une plage circulaire de 2^{mm} de diamètre du diffuseur du photoptomètre recevant l'éclairement d'une lampe à filament de tungstène sous 6 volts; le flux de lumière est réfléchi à angle droit par un prisme à réflexion totale sur l'œil de l'observateur en passant par une glace sans tain inclinée à 45° et une pupille artificielle ($d = 1^{mm}$). Devant le prisme, tourne le disque à fente réglable du tachistoscope de Michotte; en outre, un volet permet de ne laisser passer le flux que pendant un démasquage du disque. La glace sans tain reçoit d'autre part et réfléchit en direction de l'œil le flux émanant d'une plage de fixation (située à 53^{cm} également) et passant en dehors du

---

(1) Séance du 23 février 1920.

disque du tachistoscope. Cette plage a servi à réaliser et maintenir un certain état d'adaptation de l'œil à la lumière (diffuseur de papier à 10^{cm} en avant du filament d'une lampe à incandescence de 1000 bougies). Avant l'excitation brève dont on cherchait la valeur liminaire, le sujet fixait, sur la plage d'adaptation, le centre d'un cercle ($d = 3^{mm}$) délimité par un trait de crayon au centre duquel devait se projeter l'image de la plage excitatrice; et un volet, manœuvré par le disque du tachistoscope, masquait le flux d'adaptation un temps réglable, fixé après tâtonnements à une seconde, avant le démasquage bref du flux d'excitation.

Dans l'adaptation à l'obscurité (durant un minimum de 30 minutes avant toute expérience), la fixation accommodative se faisait sur le centre d'un cercle ($d = 6^{mm}$) délimité par une strie faiblement lumineuse (épaisseur inférieure à $0^{mm},2$) dont la netteté contrôlait la fixation fovéale; et, en raison de la nécessité de maintenir un repère, le démasquage du flux excitateur se faisait cette fois sans obturation du cercle de fixation.

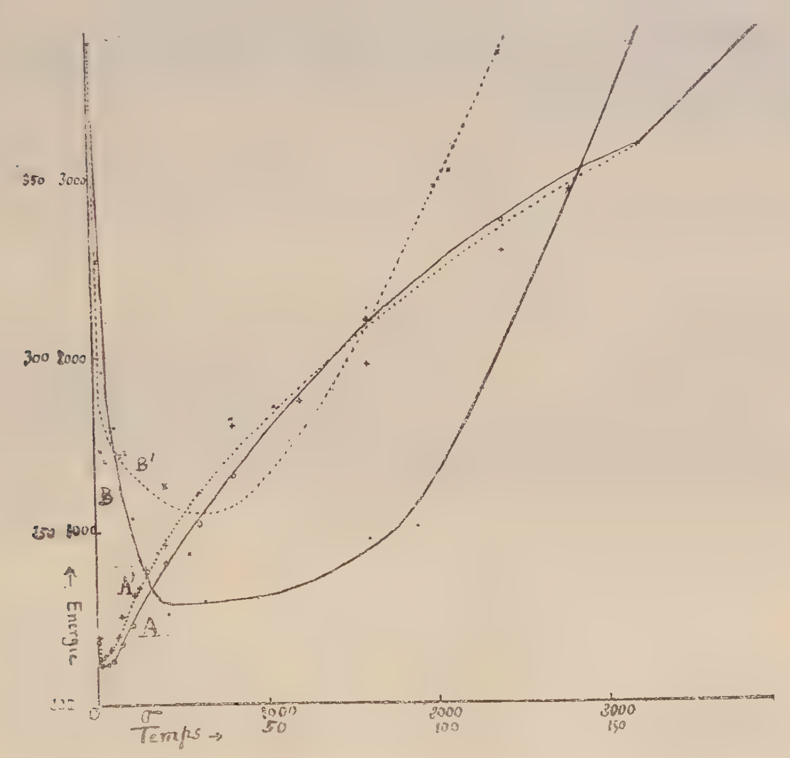
Voici les résultats obtenus chez un sujet, pour un certain nombre des durées d'excitation utilisées, dans les deux états d'adaptation (chiffres moyens de plusieurs séries de mesures). Les valeurs d'énergie représentent le produit par le temps de l'intensité mesurée en multiples du seuil de base (obtenu avec une durée d'excitation indéfinie) :

Adaptation à l'obscurité.		Adaptation à la lumière.	
Durée d'excitation (σ).	Énergie liminaire.	Durée d'excitation (σ).	Énergie liminaire.
3200	3200	3200	3200
2400	2599	2400	2772
1600	1955	1600	2208
800	1600	800	1316
600	1217	600	1040
400	918	400	820
210	631	200	459
140	508	140	348
105	353	94	250
80	314	80	247
70	292	62,5	234
40	282	31,25	229,5
20	263	20,8	226
8	272	10,4	254
5	277	5,2	280
1,33	273	2,08	296
0,66	390	1,04	367

Ces chiffres, dont la figure ci-contre donne la représentation graphique, permettent quelques précisions.

Tout d'abord, la variation de l'énergie est la même pour l'excitation des cônes de la fovéa dans les deux états d'adaptation de l'œil, à quoi on pouvait s'attendre.

Dans les deux cas, il existe bien une limite de sommation au delà de laquelle l'intensité liminaire ne s'abaisse plus si l'on augmente le temps d'action, sauf par changement d'adaptation le cas échéant, mais cette limite, difficile à préciser, est beaucoup plus élevée (environ 3 secondes) que celle qui avait été fixée par Bloch, Charpentier, Mac Dougall ($0^s,20$).



Courbe A (trait plein, valeurs expérimentales figurées par des points) : variation de l'énergie liminaire dans l'adaptation à la lumière. La portion initiale, grossie, est représentée par la courbe B. Courbe A' (trait pointillé, valeurs expérimentales figurées par des croix) : variation dans l'adaptation à l'obscurité. La portion initiale, grossie, est représentée par la courbe B'.

Dans une très grande marge, entre 0,1 et 1 ou 2 secondes, la variation est sensiblement conforme à la loi linéaire de Blondel et Rey. Aux temps longs, il se fait un raccord avec la droite partant de l'origine, qui correspond à l'invariabilité de l'intensité liminaire. Aux temps courts, l'énergie passe par un minimum, aux alentours de 20 σ. Mais, entre 2 et 80 σ, région du minimum d'énergie, l'allure simplifiée de la variation est sensiblement conforme à la loi de Bloch (droite parallèle à l'abscisse). Enfin, aux environs de 1 σ se dessine l'ascension de la courbe, l'énergie augmente pour les temps très courts, comme l'ont établi Grijns et Noyons.

L'allure générale de la courbe montre bien que la loi de variation de l'énergie liminaire en fonction de la durée d'excitation lumineuse de la fovéa est complexe, et tout à fait analogue à la loi correspondante établie par Lapicque pour l'excitation électrique des nerfs moteurs.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *De l'action de certains précipités sur la dissolution des globules rouges.* Note [1] de MM. **Arthur Vernes** et **Roger Douris**, présentée par M. Roux.

Dans un système destiné à dissoudre des globules rouges, il suffit d'introduire un précipité d'une certaine nature pour empêcher ultérieurement l'hématolyse.

On a remarqué que l'importance du précipité introduit peut être jugée par l'importance de l'empêchement apporté dans la dissolution des globules rouges, autrement dit par la coloration plus ou moins rouge des tubes, rapportée en fin d'expérience aux teintes d'une échelle colorimétrique.

Ce précipité, qui empêche l'hématolyse, peut être produit par un mélange de diverses substances minérales [2] ou organiques [3] avec du sérum humain, il a un aspect floconneux spécial, c'est une floculation.

Voici une expérience bien simple et particulièrement démonstrative.

1° Distribuer de gauche à droite, dans une série de tubes, du sérum humain *chauffé* 20 minutes à 55°, en quantités progressivement croissantes, $0^{cm^3},40$, $0^{cm^3},36$ $0^{cm^3},32$, $0^{cm^3},29$, et ainsi de suite, en diminuant d'un dixième jusqu'au dernier et quinzième tube, mais sous volume constant de $0^{cm^3},4$ (en ajoutant la différence en eau salée à 9 pour 1000 au moyen du rhéomètre) [4].

2° Ajouter dans tous les tubes $0^{cm^3},8$ du réactif :

Sulfocyanate d'ammonium	$0^g,25$
Solution officinale de perchlorure de fer, $D = 1',26$; 20^{cm^3} .... } Eau distillée, q. s. p. f. 150^{cm^3} .... }	4^{cm^3}
Eau salée (NaCl à 9 pour 1000), q. s. p. f.	250^{cm^3}

A ce moment et après avoir agité, la coloration rouge du réactif a disparu et l'on voit nettement ceci : dans les tubes de gauche il n'y a pas de précipité; un trouble apparaît dans les tubes du milieu, trouble qui va en augmentant et devient un précipité très abondant dans les tubes de droite.

3° Ajouter dans tous les tubes $0^{cm^3},130$ de sérum de porc (sous le volume de $0^{cm^3},8$,

(1) Séance du 23 février 1920.

(2) A. Vernes et R. Douris, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 972.

(3) A. Vernes, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 595.

(4) Voir R. Douris et R. Bricq, *Bull. Sciences pharmaco.*, t. 25, 1918, p. 321.

après dilution avec de l'eau salée à 9 pour 1000), mettre à l'étuve à 38° pendant 15 minutes. Le précipité a disparu dans les tubes où il existait.

4° Ajouter la dose de globules de mouton, diluée dans de l'eau salée à 9 pour 1000, susceptible de donner, par hématolyse complète, la teinte 8 de l'échelle colorimétrique dans le volume total de chaque tube.

Mettre à l'étuve à 38° pendant 30 minutes.

5° Après centrifugation le résultat est le suivant : à gauche dans les tubes où le réactif sulfocyanique n'avait pas déterminé de précipité, l'hématolyse est maxima; la teinte d'hématolyse décroît ensuite de gauche à droite pour devenir nulle dans les tubes où le précipité était abondant. La teinte d'hématolyse est d'autant plus faible que le précipité était plus abondant, et peut être appréciée au moyen de l'échelle colorimétrique [1].

Si l'on emploie une dose de sérum de porc plus petite ($0^{cm^3},100$) on observe un phénomène du même genre, mais comme la dissémination des précipités consomme la totalité de l'action disséminante du sérum, on constatera la disparition du pouvoir hématolytique dans un plus grand nombre de tubes. Une dose plus grande de sérum de porc ($0^{cm^3},150$) laissera libre une fraction importante du pouvoir hématolytique, et l'hématolyse se manifestera jusqu'à l'avant-dernier tube.

Conclusions. — Cette expérience de cours très facile à réaliser montre nettement comment le sérum de porc, qui pouvait dissoudre des globules rouges de mouton, ne peut plus le faire quand on lui a fait dissoudre d'abord un précipité de sulfocyanate ferrique et de sérum humain.

Elle rend manifeste le mécanisme de certaines expériences où le degré d'hématolyse peut être utilisé pour apprécier, d'une manière indirecte et très sensible, l'intensité des plus petites floculations produites par le sérum humain [mesure colorimétrique du pouvoir floculant du sérum humain [2]].

ZOOLOGIE. — *L'exorchidie du* Mesoplodon *et la remontée des testicules au cours de la phylogénie des Cétacés*. Note de M. R. **Anthony**, présentée par M. Edmond Perrier [3].

Chez tous les Cétacés dont on a étudié jusqu'ici les organes génitaux mâles, on a constaté que les testicules occupaient pendant toute la vie une position intra-abdominale.

---

(1) A. Vernes, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 500.

(2) A. Vernes, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 247.

(3) Séance du 23 février 1920.

Se basant sur la situation de ces glandes, non pas au voisinage des reins, mais beaucoup plus en arrière près de la paroi abdominale antérieure, sur le contournement exceptionnel aussi des canaux déférents, Max Weber a, en 1898, émis l'hypothèse que les Cétacés actuels étaient des enorchides secondaires, leurs formes ancestrales ayant dû présenter une descente testiculaire dont témoignent encore ces particularités.

La disposition que j'ai observée chez le *Mesoplodon* dont personne, avant moi, n'avait eu l'occasion d'étudier les organes génitaux, vient confirmer cette hypothèse au delà même de ce que l'on pouvait espérer; elle permet d'expliquer aussi un certain nombre de détails anatomiques que jusqu'ici on avait négligés, pour la raison que l'on manquait des points de repère qui eussent pu aider à les comprendre; elle constitue enfin un argument puissant en faveur de cette opinion de plus en plus généralement adoptée, à savoir que les Cétacés ont pour origine des formes primitivement terrestres qui se seraient secondairement adaptées à la vie dans les eaux.

La famille des *Ziphiidae* dont le *Mesoplodon* fait partie se montre par un ensemble de caractères le plus archaïque des groupes cétacéens actuels; et, dans cette famille, le genre *Mesoplodon* dont les formes vivantes ne semblent guère différer des formes fossiles se montre encore particulièrement primitif.

Chez le *Mesoplodon*, les testicules sont extra-abdominaux : ils sont logés dans une cavité vaginale, distincte de la cavité péritonéale générale, mais communiquant avec elle par un conduit péritonéo-vaginal long de 10^{cm} environ chez un exemplaire adulte de $3^m,70$.

Sur l'animal non disséqué, rien ne décèle, sous les téguments, entre le sinus pénien et l'anus, région dans laquelle ils se trouvent pourtant situés, la présence des sacs vaginaux et des testicules qu'ils contiennent.

Au fond du sac vaginal, le testicule est maintenu par un gros et court *gubernaculum testis* (ce terme étant pris dans son sens large) qui s'attache à son extrémité postérieure, sans présenter aucune connexion avec la queue de l'épididyme. A partir de cette dernière qui reste distante de l'extrémité postérieure du testicule, le canal déférent passant en dehors du sac vaginal traverse obliquement la face interne du testicule pour rejoindre, après avoir décrit cette boucle, les vaisseaux spermatiques avec lesquels il remonte le conduit péritonéo-vaginal. J'ai enfin constaté chez le *Mesoplodon* la présence de vestiges du cremaster interne.

La boucle très particulière que décrit, chez le *Mesoplodon*, le canal déférent à son origine, ainsi que les particularités qui paraissent s'y rattacher

(position très antérieure qu'affecte la queue de l'épididyme par rapport à l'extrémité postérieure du testicule, absence de connexions du *gubernaculum testis* avec la queue de l'épididyme) semblent être des dispositions secondairement acquises et qui indiquent que le *Mesoplodon* présenterait déjà un début d'ascension testiculaire.

Chez les autres Cétacés, cette ascension est complète. Et c'est seulement, en les considérant comme des enorchides secondaires, que l'on parvient à s'expliquer non seulement la situation très postérieure de leurs testicules dans la cavité abdominale et le contournement exceptionnel de leurs canaux déférents, mais encore les particularités suivantes que j'ai constatées chez le *Delphinus delphis* par exemple : 1° présence de vestiges du cremaster interne, sous le péritoine, en dedans et au niveau du testicule; 2° allongement démesuré du *gubernaculum testis* dont l'extrémité antérieure dépassant le péritoine s'attache à la région antérieure et ventrale de l'os rudimentaire du bassin (insertion secondaire); 3° insertion du *gubernaculum testis* à l'extrémité postérieure du testicule, la queue de l'épididyme n'affectant avec lui aucune connexion et se continuant par un canal déférent dans les premières sinuosités duquel on reconnaît les sinuosités de la boucle caractéristique qu'il décrit chez le *Mesoplodon*.

En résumé, l'enorchidie des Cétacés actuels doit être envisagée comme résultant d'un processus d'ascension secondaire des testicules dont une des premières étapes s'observe chez le *Mesoplodon*, le plus primitif d'entre eux.

Les Carnassiers pinnipèdes adaptés comme les Cétacés à la vie dans les eaux, mais d'une spécialisation moindre, dont la provenance de Carnassiers fissipèdes à testicules externes ne saurait d'autre part être mise en doute, paraissent présenter aussi un début de la même évolution : les *Otariidae* (Pinnipèdes à oreilles externes) ont encore un scrotum rudimentaire situé immédiatement en avant de l'anus. Chez les *Phocidae* (Pinnipèdes sans oreilles externes), le testicule est déjà remonté à la région inguinale.

ZOOLOGIE. — *Le parasitisme d'*Aphiochæta (Phora) fasciata *Fallen.* Note (¹) de M. **Jean-L. Lichtenstein**, présentée par M. Yves Delage.

Les espèces des genres *Aphiochæta* Brues et *Phora* Latr. vivent dans les

(¹) Séance du 2 février 1920.

substances animales et végétales en décomposition; on en a signalé aussi de parasites [cf. la liste de Malloch (1912) et plusieurs cas publiés depuis], mais avec peu de précisions, ce qui a permis à quelques auteurs d'affirmer que les *Phora* (*sensu lato*) n'ont nullement des mœurs de parasites, car on peut objecter que les hôtes d'où on les a vu sortir étaient peut-être déjà malades au moment de la ponte; c'est possible, probable même pour quelques cas, mais non certain pour tous.

Il est tout au moins une espèce dont j'ai pu constater les habitudes parasitaires, confirmant ainsi des observations ayant paru discutables. Il s'agit d'*Aphiochaeta fasciata* Fallen.

Carpenter (in Westwood 1840), puis Rondani (1865) et H. du Buysson (1917) ont vu des larves de cet *Aphiochæta* sortir des nymphes de *Coccinella septempunctata* L., et si Martelli (1913 et 1914), qui l'a obtenu des nymphes de *Thea vigintiduo-punctata* L. et *Adonia variegata* Goeze, a essayé de solutionner la question : s'agit-il d'un nécrophage ou d'un vrai parasite? toutefois ses expériences ne sont pas concluantes.

Ces relations sont incomplètes, les auteurs ayant simplement assisté à la sortie des larves du Diptère, des nymphes de Coccinelles, mais leurs conclusions sont justes. *Aphiochæta fasciata* est un vrai parasite. Voici les faits prouvant mon affirmation.

J'avais remarqué que beaucoup de nymphes de *Thea vigintiduo-punctata* L. et de *Vibidia duodecimguttata* Poda se montraient vides, desséchées et dressées presque verticalement, avec, au-dessous de la région céphalique, un orifice, sur les feuilles de frêne où vivaient ces coléoptères, et qu'en même temps y circulaient des *Aphiochæta fasciata*, que je vis même plusieurs fois, sur les larves et nymphes. Des observations suivies m'amenèrent à des résultats indiscutables au sujet des rapports de ces insectes entre eux. Ces Diptères, comme l'a vu Martelli, se nourrissent des larves et nymphes en les suçant. Ils volent dessus, se faisant traîner s'il s'agit d'une larve, et appuyant leur trompe entre les téguments dorsaux ou les articulations, pompent les sucs internes. Le plus souvent, d'ailleurs, cela ne nuit en rien à l'évolution ultérieure de ces larves; le Diptère ne les épuise donc pas complètement. Après la fécondation, la femelle d'*Aphiochæta* va pondre sur les nymphes; il est important de noter que jamais la ponte n'a lieu sur les larves. Le parasite attend la dernière mue pour déposer son œuf; j'ai vu ainsi des *Aphiochæta*, juchés sur des larves en train de se fixer, attendre, immobiles, le dépouillement de l'exuvie, pour pondre aussitôt dès que la nymphe était mise à nu. La femelle, posée sur la nymphe, et

nullement gênée par les mouvements de celle-ci, s'agrippe latéralement avec ses pattes et, tendant fortement l'abdomen, ce qui double sa longueur, l'insinue en dessous vers le ventre, et l'on voit alors glisser un œuf, qui est déposé entre les pattes de la victime (*fig.* A). Cet œuf est donc externe,



et non à l'intérieur de l'hôte, comme le pensait Rondani; c'est, d'ailleurs, un mode de ponte général chez les Diptères parasites. Souvent le Phoride suce la nymphe avant la ponte, mais ce n'est pas toujours le cas. Plusieurs œufs peuvent être déposés sur une même nymphe. L'œuf rose, allongé, légèrement courbé et aminci à une extrémité, n'adhère pas très fortement au tégument sur lequel il est posé (*fig.* B). Il donne naissance, au bout d'un jour et demi à deux jours, à une petite larve blanche, qui pénètre aussitôt dans l'hôte en se frayant un passage à travers le tégument, habituellement en un point situé à la base d'une patte. Très rapidement, la larve grossit, se développant aux dépens des tissus de la nymphe. Si plusieurs larves pénètrent ainsi dans une nymphe, tout au plus trois à quatre peuvent, ensemble, y achever leur évolution, et, dans ce cas, les pupes sont plus petites et plus claires que d'ordinaire. En deux jours à peine, la larve a vidé l'intérieur de la nymphe, qui est alors dressée. Presque jusqu'à la fin, celle-ci conserve sa vitalité et ses mouvements. La larve parasite sort alors par une ouverture qu'elle se ménage ventralement entre la tête et le thorax (*fig.* C). Une douzaine d'heures après avoir quitté sa victime, qui, morte et desséchée, conserve à peu près sa forme normale, le parasite se transforme en pupe soit à l'air libre, soit après avoir pénétré en terre. En deux à trois semaines éclosent les imagos.

C'est là, brièvement esquissée, l'histoire évolutive d'*Aphiochæta fasciata*. J'attirerai plus spécialement l'attention sur les faits suivants : 1° Le Diptère ne pond que sur les nymphes, jamais sur les larves; 2° La nymphe, ayant reçu un œuf, demeure parfaitement vivante et pas affaiblie, qu'elle ait ou non été sucée au préalable; elle ne dépérit que peu à peu après la pénétra-

tion de la larve qui dévore les organes. Ainsi une nymphe ayant été sucée et ayant reçu un œuf qui a éclos, est devenue une Coccinelle adulte probablement parce que déjà elle était à un stade avancé au moment de la ponte. Ceci est bien la preuve de la vitalité des hôtes de l'*Aphiochæta*; ils ne sont donc nullement dépérissants; ils sont tués par les larves, mais ne seraient pas morts si pas attaqués.

Ces données témoignent d'une adaptation étroite à la vie parasitaire chez *A. fasciata;* l'espèce est spécialisée aux Coccinellides et ne pond que sur les nymphes, comme si le déterminisme de la ponte dépendait du fait qu'un œuf ne pourrait aboutir à l'éclosion, si la mue se faisait après son dépôt. Le comportement de cette espèce est la preuve qu'il existe de véritables parasites parmi les *Aphiochæta* et je me crois autorisé à m'élever contre les doutes répétés de Keilin (1911) qui tient à ce que les espèces soient toutes saprophages, attendu que les cas de parasitisme signalés reposent sur des preuves insuffisantes et que « dans ce cas il s'agit probablement d'animaux ou de végétaux atteints d'une maladie ou d'infection locale qui aurait précédé la ponte de *Phora* ». Toutes les larves de Coccinelles, venant de se transformer, que j'ai fournies aux *Aphiochæta fasciata* en élevages, ont reçu des œufs ayant évolué normalement ou, si j'enlevais les œufs, sont devenues des imagos. Est-ce à dire qu'il faille considérer toutes les larves de Coccinellides comme des malades ? Une réponse négative est si évidente que la discussion me paraît inutile, et il faut admettre que le parasitisme véritable d'*Aphiochæta fasciata*, et certainement de quelques autres espèces, est réel. C'est à présent un fait bien établi.

HISTOLOGIE. — *Quelques détails histologiques du cœur artériel de* Sepia officinalis *L.* Note [1] de M. E. **Fernández Galiano**, présentée par M. Edmond Perrier.

Je fais, dans cette Note, un résumé des résultats que j'ai obtenus en appliquant à des coupes à travers le cœur artériel de la Seiche les modifications de Del Rio-Hortega à la méthode d'imprégnation au tannin et à l'argent ammoniacal due à Achúcarro [2]. Avec l'emploi desdites

---

[1] Séance du 16 février 1920.

[2] Del Rio-Hortega, *Varias modificaciones al méthodo de Achúcarro* (*Bol. de la Soc. españ de Biol.*, 1916).

modifications sur des coupes faites dans des cœurs très frais et fixés pendant quelques jours dans le formol neutre au 10 pour 100, j'ai réussi à mettre en évidence : 1° les épithélio-fibrilles de l'épithélium péricardique; 2° les fibres conjonctives de réticuline dans le sein du myocarde; 3° les caractères et distribution des petits faisceaux collagènes dans la même couche cardiaque (1).

Marceau (2), qui appliqua à l'épithélium péricardique la méthode de l'hématoxyline ferrique, entrevit la présence des épithélio-fibrilles, puisqu'il affirme que le protoplasma des cellules dont l'épithélium est composé est muni de granulations, souvent alignées en files, surtout dans leur partie basilaire.

A l'aide de la première ou de la troisième modification de Del Rio-Hortega à la méthode d'Achúcarro, les coupes minces et perpendiculaires à l'épithélium péricardique laissent voir les cellules parcourues par de nombreuses épithélio-fibrilles colorées en violette, à peu près perpendiculaires au plan de la membrane épithéliale. Les épithélio-fibrilles se montrent sous forme de fils détachés, très délicats et légèrement tortueux, parcourant la cellule dès sa face interne jusqu'auprès de la cuticule. Elles s'appuient sur les fibres conjonctives de la basale par une extrémité un peu grossie, tandis que l'extrémité distale se perd vaguement dans le sein du protoplasma avant d'atteindre la cuticule. Les épithélio-fibrilles ne sont pas d'habitude uniformément distribuées dans l'épithélium, mais elles montrent une tendance marquée à se réunir en petits faisceaux ou pinceaux. Quelquefois, cependant, elles sont tout à fait isolées.

Avec la deuxième modification à la méthode d'Achúcarro, le myocarde, coloré en café plus ou moins foncé, laisse déceler un si grand nombre de fils de réticuline que l'interprétation de l'image devient très difficile. Cependant, en regardant soigneusement les préparations, on y arrive à distinguer deux sortes de fibres de réticuline entourant les fibres musculaires : 1° des fibrilles transversales à l'égard des myofibres, très fines et à peu près parallèles entre elles, qui forment un étui conectif épais entourant individuellement chaque fibre musculaire; 2° des fibres de réticuline plus grosses que les antérieures, mais rapportées avec elles, qui enveloppent plusieurs fibres

---

(1) Fernández Galiano, *Contribución al conocimiento histológico del corazón de los Cefalópodos* (*Bol. de la R. Soc. españ. de Hist. nat.*, t. 19, 1919).

(2) Marceau, *Recherches sur la structure du cœur chez les mollusques* (*Arch. d'Anat. microsc.*, t. 7, 1904-1905).

musculaires et se ramifient de façon à former un réseau compliqué établissant des relations de solidarité entre toutes les myofibres du cœur; 3° des fibres ondulées qui suivent à peu près des lignes d'union des fibres musculaires : le rayon des ondulations est variable, de même que la grosseur et la longueur des fibres.

La distribution des fibres de réticuline dans le cœur de la Seiche ressemble donc à celle que j'avais auparavant observée dans le muscle cardiaque de l'Escargot ([1]).

Dans les coupes transversales du ventricule colorées à l'aide de la troisième modification à la méthode d'Achúcarro, on réussit à mettre en évidence les petits faisceaux collagènes colorés en violet foncé. En dessous de l'épithélium péricardique, on voit une couche conjonctive (représentant la coupe optique d'un plexus collagène à mailles étroites qui entoure le myocarde tout entier), laquelle donne naissance à des fibres allant vers l'intérieur, tantôt grosses, tantôt minces, qui se ramifient ou qui demeurent indivises, en perdant graduellement leurs caractères de colorabilité pour prendre ceux qui sont propres des fils de réticuline.

La surface interne du ventricule est par endroits très irrégulière : on y voit beaucoup d'échancrures et de saillies. Tous les creux sont tapissés par des paquets de fibres collagènes qui adhèrent étroitement à leurs parois et puis se continuent parmi les fibres musculaires sous-jacentes en les séparant entre elles.

Nous pouvons donc conclure à l'existence dans la plus grande partie du ventricule de deux sortes de formations collagènes, dont l'une formée par les faisceaux du plexus qui se trouve sous l'épithélium péricardique, avec leurs ramifications, et l'autre par ceux qui revêtent les anfractuosités de la surface interne de la paroi ventriculaire. Entre ces deux systèmes s'étale le réseau de fils de réticuline.

([1]) FERNÁNDEZ GALIANO, *Sobre la fina estructura del corazón de « Helix »* (*Treb. de la Soc. de Biol. de Barcelona*, 1917); *El tejido conjuntivo del corazón de « Helix »* (*Treb. de la Soc. de Biol. de Barcelona*, 1918); *Sur le tissu conjonctif du cœur de l'Escargot* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1065).

MÉDECINE. — *Complexes colloïdaux et sérums.*
Note (1) de M. G. **Riquoir**, présentée par M. Yves Delage.

Si l'on fait précéder une injection de sérum d'une injection de complexe colloïdal déterminé, l'effet du sérum paraît être renforcé.

Par exemple, dans des cas de choléra grave, avec pouls imperceptible, si l'on injecte un complexe colloïdal comprenant X gouttes de chlorure de magnésium à 2 pour 100, fixé sur 2^{cm^3} de bleu de méthylène saturé, on n'obtient aucun résultat appréciable; dans les mêmes cas, les injections de sérum de Salembini sont inefficaces. Mais si, chez les mêmes malades, une ou deux heures après l'injection du complexe colloïdal, on injecte du sérum de Salembini, on obtient la guérison. Ces faits ont été observés par un élève de M. Simon, ancien directeur de l'Institut Pasteur de Constantinople et par des médecins turcs, le Dr Djemal Bey, inspecteur général sanitaire, le Dr Djemil Suleyman.

Dans la tuberculose pulmonaire, à la période cachectique, si l'on injecte $0^{cm^3},25$ de sérum antituberculeux de Marmorek, on n'observe rien d'appréciable. Mais si cette même injection, à la même dose, est précédée d'une injection de $0^{cm^3},25$ d'un complexe colloïdal contenant X gouttes de permanganate de calcium à 0,50 pour 1000, X gouttes de monochlorhydrine à 1 pour 100 fixés sur 12^{cm^3} de bleu de méthylène, le malade présente une paralysie complète des membres, la tête restant indemne. Les injections n'étant pas renouvelées, la paralysie cesse, mais elle réapparaît immédiatement avec les injections combinées.

Chez des tuberculeux cavitaires, une injection de $0^{cm^3},25$ du même complexe colloïdal précédant d'une heure une injection de $0^{cm^3},25$ de tuberculine à $\frac{1}{100\,000}$ diminue l'expectoration très sensiblement, alors que les injections faites séparément n'ont rien donné.

Dans des tuberculoses osseuses, avec suppuration, sans séquestres, si l'on injecte $0^{cm^3},25$ de corps immunisants de Spengler au millionième, on n'obtient aucun résultat. Mais si, une heure avant la même injection, on injecte $0^{cm^3},50$ d'un complexe colloïdal, comprenant X gouttes de permanganate de calcium à 0,50 pour 1000, X gouttes de thiocol à 1 pour 100, X gouttes de goménol à 1 pour 1000 fixés sur du bleu de méthylène saturé, la suppuration se tarit et la plaie se cicatrise rapidement.

Dans des cancers ulcérés des lèvres, une injection d'un quart de centimètre cube de sérum antivenimeux de Calmette ne provoque aucun phénomène. De même pour une injection de 1^{cm^3} d'un complexe colloïdal comprenant X gouttes de sublimé à 1 pour 100, X gouttes de trypsine à 1 pour 100, X gouttes d'arrhénal à 5 pour 100, fixés sur 2^{cm^3} de bleu de méthylène saturé.

(1) Séance du 23 février 1920.

Mais si l'injection du complexe colloïdal est faite 1 heure avant l'injection de la même dose de sérum, on observe une fonte rapide du néoplasme. Si l'on interrompt les injections, la prolifération recommence.

Dans le cancer ulcéré du col utérin, avec hémorragies abondantes et écoulements fétides, une injection d'un quart de centimètre cube de sérum antistreptococcique ne donne aucun résultat. Il en est de même avec une injection de 1^{cm^3} d'un complexe colloïdal comprenant la formule précédente, plus de l'extrait mammaire. Mais si l'on fait d'abord l'injection de ce complexe colloïdal, puis, 1 heure après, l'injection de sérum, les hémorragies cessent, les écoulements sont moins odorants et moins abondants. Le tout reparaît si l'on cesse les injections et s'améliore si on les reprend.

Dans ces différentes observations j'ai varié la formule des complexes colloïdaux; les nouvellles injections combinées aux sérums n'ont provoqué aucun phénomène appréciable.

Des faits qui précèdent, je crois pouvoir conclure que l'injection de complexes colloïdaux appropriés à des cas déterminés est capable d'augmenter l'action des sérums qui, dans les mêmes cas, n'ont donné aucun résultat thérapeutique.

HYGIÈNE. — *Influence de la variation de la pression barométrique sur les gouttelettes microbiennes en suspension dans l'atmosphère.* Note [1] de M. A. Trillat, présentée par M. Roux.

L'air, surtout celui des lieux habités, peut renfermer à l'état de suspension de nombreuses gouttelettes microbiennes qui ont principalement comme origine la projection de particules détachées de foyers microbiens dans diverses circonstances, notamment dans l'acte de parler ou de respirer. L'étude de tout ce qui a trait au régime de ces gouttelettes présente un intérêt au point de vue de l'hygiène, étant donné que nous vivons au milieu d'elles, et que nous les absorbons journellement en maintes occasions.

Je rappellerai qu'en opérant sur des nuages microbiens artificiels, j'ai déjà étudié, avec mes collaborateurs, l'action de divers facteurs physiques ou chimiques sur ces gouttelettes tels que la pesanteur, la chaleur, la radioactivité, l'humidité, la composition chimique de l'air, étude qui a fourni quelques renseignements sur la vitesse de chute, le rassemblement, le transport, la conservation et la multiplication de ces gouttelettes.

La présente Note a pour objet de résumer mes observations sur l'in-

---

(1) Séance du 23 février 1920.

fluence exercée par les variations de la pression barométrique sur les gouttelettes microbiennes en suspension dans l'atmosphère.

Sous une série de cloches de même volume placées dans les mêmes conditions d'éclairage et de température, les unes servant de témoins, les autres d'essais, on produit des nuages artificiels microbiens suivant la technique déjà indiquée ici même pour d'autres cas. Dans le présent cas, on a utilisé le *Prodigiosus* ou le *Proteus*.

La pulvérisation de l'émulsion microbienne étant faite dans des conditions identiques, on s'est assuré, dans des essais à part, que le nombre de gouttelettes en suspension sous les cloches était sensiblement le même, et par conséquent comparable pour chaque série d'expériences.

Sous chaque cloche sont placées des boîtes de Petri dont les couvercles peuvent être ouverts ou fermés de l'extérieur de la cloche au moyen d'un dispositif spécial. Le nuage étant formé, on a soin de laisser tomber les gouttelettes les plus lourdes : quand l'air, ne renfermant plus que des gouttelettes invisibles, est devenu parfaitement transparent, on provoque sous les cloches d'essais, au moyen d'un aspirateur ou d'un compresseur, une dépression ou une pression, rapide ou lente, selon le cas, de quelques millimètres de mercure.

Les boîtes de Petri des cloches d'essais et témoins sont découvertes simultanément et refermées après des laps de temps déterminés pendant lesquels elles restent ainsi exposées à l'atmosphère chargée de gouttelettes microbiennes. La numération ultérieure des colonies permet d'évaluer par un simple calcul le nombre de gouttelettes microbiennes tombées sur le sol de la cloche pendant la période d'exposition ou selon la manœuvre des couvercles, le nombre restant en suspension sous les cloches.

On peut résumer comme il suit les résultats d'un grand nombre d'expériences dans lesquelles on a étudié plus spécialement l'influence de dépressions rapides ou lentes.

La détente brusque a pour effet d'accélérer la chute des gouttelettes microbiennes et de purifier l'atmosphère en le dépouillant des germes en suspension.

Dans le cas d'une dépression lente, la précipitation est moins appréciable et se rapproche de la vitesse de chute des gouttelettes sous les cloches témoins.

Divers facteurs peuvent modifier la marche dn phénomène. Ainsi le degré de pureté de l'air est susceptible d'accélérer ou de retarder la chute des goutelettes. D'autre part, l'augmentation de vitesse de chute des gouttelettes est facilitée chaque fois que la tension de la vapeur d'eau se rapproche de la tension maxima ou lorsqu'il y a sursaturation, condition éminemment favorable à la condensation.

On peut donner l'explication de ces résultats. La précipitation des gouttelettes est due vraisemblablement à l'augmentation de leur poids résultant

de la condensation instantanée de l'humidité sur leur périphérie à la suite du refroidissement qu'elles subissent sous l'influence de la détente brusque. Il est à remarquer que ce refroidissement des gouttelettes échappe complètement à l'observation par suite de sa rapidité de la non-conductibilité de l'air et de l'inertie du thermomètre.

S'il est permis d'interpréter ces résultats de laboratoire dans le domaine de la réalité, on peut supposer que les fines gouttelettes microbiennes de l'air sont précipitées de même sous l'influence de dépressions rapides, tandis que les dépressions lentes n'ont qu'une action limitée. Étant donné que les microbes peuvent jouer le rôle de noyaux de condensation, comme j'en ai fait la démonstration expérimentale, on peut supposer que la précipitation des particules microbiennes doit d'autant mieux se produire que celles-ci sont plus petites, se rapprochant ainsi, quoique de loin, de la dimension des particules ionisées de l'air auxquelles on attribue un grand pouvoir de condensation.

Je rappellerai que dans une Note antérieure [1], j'avais montré expérimentalement que la dépression barométrique créait une ambiance atmosphérique favorable à la vie des microbes en suspension dans l'air par suite de la présence de traces infinitésimales de « gaz aliments » extraits du sol par la dépression. Celle-ci aurait donc une double influence sur les microbes de l'air, agissant à la fois sur leur vitalité et sur leur tenue.

On peut conclure de tous ces essais que le jeu de la pression et de la dépression barométrique, en agissant à la fois sur la vitalité des germes en suspension dans l'atmosphère, sur leur rassemblement dans les couches inférieures et leur précipitation sur le sol, est un facteur important de la variation de la composition bactériologique de l'air.

A ce titre, cette étude peut intéresser l'hygiène et l'épidémiologie.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures trois quarts.

A. Lx.

---

[1] *Etude sur les causes du caillage du lait observé pendant les périodes orageuses* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 613).